

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского
Факультет компьютерных наук
Кафедра информационной безопасности

Н.Ф. Богаченко

**СБОРНИК ЗАДАНИЙ ПО СИНТЕЗУ
ДИСКРЕТНЫХ АВТОМАТОВ**

Омск - 2006

Богаченко Н.Ф.

Сборник заданий по синтезу дискретных автоматов. Омск: Издательство Наследие. Диалог-Сибирь, 2006. 36 с.: ил.

В сборнике представлены практические задания по курсу «Теория автоматов», относящиеся к разделам абстрактного и структурного синтеза дискретных автоматов. Необходимый теоретический материал и примеры решения типовых задач подробно изложены в [3].

Предназначается для студентов, обучающихся по специальности 075200 - «Компьютерная безопасность» и по специальности 220100 – «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети».

Рекомендовано к изданию учебно-методической комиссией факультета компьютерных наук ОмГУ

Содержание

1. Элементы булевой алгебры.....	4
2. Минимизация логических функций	9
3. Способы задания автоматов.....	13
4. Минимизация полностью определенных автоматов.....	19
5. Минимизация частичных автоматов	21
6. Операции над автоматами.....	22
7. Канонический метод структурного синтеза	24
8. Кодирование	27
9. Микропрограммные автоматы	29
10. Эксперименты с автоматами	34
Литература	35

1. Элементы булевой алгебры

Логические функции, зависящие от двух переменных:

x	0	0	1	1	Обозначение функции	Название функции
y	0	1	0	1		
f	0	0	0	0	0	Константа 0
	0	0	0	1	$x \wedge y, x \& y,$ $x \cdot y, xy$	Конъюнкция, «и»
	0	0	1	0	$xy, x - y$	Запрет «у»
	0	0	1	1	x	Тождественный «х», повтор «х»
	0	1	0	0	$\bar{x}y, y - x$	Запрет «х»
	0	1	0	1	y	Тождественный «у», повтор «у»
	0	1	1	0	$x \oplus y, x + y$	Сложение по mod 2, исклю- чающее «или»
	0	1	1	1	$x \vee y$	Дизъюнкция, «или»
	1	0	0	0	$x \downarrow y$	Стрелка Пирса, «не или»
	1	0	0	1	$x \leftrightarrow y, x \sim y$	Эквивалентность
	1	0	1	0	$\bar{y}, \neg y$	Отрицание «у», «не»
	1	0	1	1	$x \leftarrow y$	Обратная импликация
	1	1	0	0	$\bar{x}, \neg x$	Отрицание «х», «не»
	1	1	0	1	$x \rightarrow y$	Импликация
	1	1	1	0	$x / y, x y$	Штрих Шеффера, «не и»
	1	1	1	1	1	Константа 1

1.1. Используя эквивалентные преобразования или таблицы истинности, докажите справедливость тождеств (или опровергните их).

Вариант	Задания
1	а) $(a \leftrightarrow b) - (a b) = ab$; б) $((a b) (a \leftrightarrow b)) ((c \oplus d) \rightarrow (d - c)) =$ $= ((b \rightarrow c) \rightarrow (a - c)) \downarrow ((a d) (d \rightarrow \bar{b}))$.
2	а) $a \rightarrow b = (a + b) \leftrightarrow (b - a)$; б) $((a \bar{c}) \downarrow (b - c))((a d) - (bd)) =$ $= ((a b) (a \oplus \bar{b})) \rightarrow ((c \oplus d)(d \rightarrow c))$.

Вариант	Задания
3	а) $((a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)) + ((a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b)) = a + b$; б) $((a \downarrow b) \vee (a \oplus b)) - ((c - d) \downarrow (c \leftrightarrow d)) =$ $= ((c \rightarrow a)(c \rightarrow b)) \rightarrow ((a \downarrow d) \vee (b \downarrow d)).$
4	а) $a \rightarrow c = (a \vee bc) \rightarrow (a \vee b)c$; б) $((a \leftrightarrow b) - (a \downarrow b)) \downarrow ((c \leftrightarrow d) \downarrow (c - d)) =$ $= ((c - a) \downarrow (c - b)) ((a \downarrow d) \downarrow (b \downarrow d)).$
5	а) $(\bar{b} \vee \bar{c}\bar{a}) \vee (a \vee bc) = a \vee \bar{b}$; б) $((ab) \vee (a \oplus b)) - ((d - c) \downarrow (d \leftrightarrow c)) =$ $= ((a \rightarrow c)(b \rightarrow c)) \rightarrow ((a d) (b d)).$
6	а) $(a (b c)) + (b (a c)) + (c (a b)) =$ $= (a \rightarrow (b \vee c))(b \rightarrow (a \vee c))(c \rightarrow (a \vee b))$; б) $((a \vee b) - (a \oplus b)) \vee ((c - d) \downarrow (c \leftrightarrow d)) =$ $= ((c - a) \downarrow (c - b))((a \vee d) - (b \downarrow d)).$
7	а) $((a \downarrow b) \vee (a b)) \rightarrow ((ab) (a + b)) = 1$; б) $((d \rightarrow b) \rightarrow (\bar{c} - b)) \downarrow ((c \vee a) (d \rightarrow a)) =$ $= ((\bar{c} d) (c \oplus d)) ((a \leftrightarrow b) \rightarrow (\bar{a} - b)).$
8	а) $a \downarrow ((b - a) \leftrightarrow b) = 0$; б) $((a b) - (\bar{a} \oplus \bar{b})) \vee ((d - c) \downarrow (c \leftrightarrow d)) =$ $= ((\bar{a} \downarrow \bar{d}) \downarrow (b - \bar{d}))((a \rightarrow c) - (b - c)).$
9	а) $a \leftrightarrow (b c) = ((a + b)c) + (a - c)$; б) $((c - a) \vee (c \leftrightarrow a)) - ((d - b) \downarrow (d \leftrightarrow b)) =$ $= ((a \vee b)(c \rightarrow b)) \rightarrow ((d - a) \vee (cd)).$
10	а) $(a \leftrightarrow b) - (a b) = (a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b)$; б) $((c \leftrightarrow b) - (b \downarrow c)) \downarrow ((\bar{a} \leftrightarrow \bar{d}) \downarrow (a - d)) =$ $= ((b \downarrow d) \downarrow (c \downarrow d)) ((a - b) \downarrow (a - c)).$
11	а) $(b \vee ac) \rightarrow (b \vee c)a = b \rightarrow a$; б) $((a - d) \vee (a \leftrightarrow d)) - ((b - c) \downarrow (b \leftrightarrow c)) =$ $= ((b \rightarrow d)(a b)) \rightarrow ((c \vee d) (a \rightarrow c)).$

Вариант	Задания
12	а) $a(\overline{bc}) \vee ((\overline{a} \vee c)b) = a \vee b$; б) $((b \downarrow d) \downarrow (c \downarrow d))((a \rightarrow b) - (a - c)) =$ $= ((b \vee c) - (b \oplus c)) \vee ((a - d) \downarrow (a \leftrightarrow d))$.
13	а) $(a b) \rightarrow (b \vee c) = b \vee c$; б) $((c \rightarrow d) (c \oplus d)) ((a \leftrightarrow b) \rightarrow (ab)) =$ $= ((a \rightarrow \overline{c}) \rightarrow (a - d)) \downarrow ((b \rightarrow d) (b \rightarrow \overline{c}))$.
14	а) $(a \downarrow b) + (b \downarrow c) = (a + c) - b$; б) $((bd) \downarrow (bc))((d \rightarrow a) - (c - a)) =$ $= ((c d) (\overline{c} \leftrightarrow \overline{d})) \rightarrow ((a \oplus b)(b \rightarrow a))$.
15	а) $(a \vee b \vee c) \leftrightarrow (abc) = (a \rightarrow b)(b \rightarrow c)(c \rightarrow a)$; б) $((d - a) \vee (d \leftrightarrow a)) - ((c - b) \downarrow (\overline{c} \oplus b)) =$ $= ((a \vee b)(d \rightarrow b)) \rightarrow ((cd) \vee (c - a))$.
16	а) $((a + b) - c) ((a - b) + c) = a \rightarrow (b \vee c)$; б) $((c \rightarrow d) - (c \leftrightarrow d)) \vee ((ab) \downarrow (a \oplus b)) =$ $= ((bc) \downarrow (b - d))((a c) - (a - d))$.
17	а) $(a \leftrightarrow b) \downarrow ((a \downarrow c) \rightarrow cd) = (b - a) - c$; б) $((\overline{c} \rightarrow b) \rightarrow (d \downarrow b)) \downarrow ((a \rightarrow d) (a \rightarrow c)) =$ $= ((c \vee d) (c \leftrightarrow d)) (\overline{a} \oplus \overline{b}) \rightarrow (a - b)$.
18	а) $((a b) \rightarrow (b \vee c)) \downarrow (c \leftrightarrow d) = (d - c) - b$; б) $((ac) \downarrow (b - \overline{a}))((c \rightarrow d) - (b - d)) =$ $= ((b c) (b \leftrightarrow c)) \rightarrow ((a \oplus d)(a \rightarrow d))$.
19	а) $(a - b) - c = (a \leftrightarrow b) \downarrow (b \vee c)$; б) $((b \downarrow \overline{d}) \vee (\overline{b} \oplus d)) - ((a - c) \downarrow (a \leftrightarrow c)) =$ $= ((\overline{c} \rightarrow b)(d \rightarrow c)) \rightarrow ((a - b) \vee (ad))$.
20	а) $(a - b) + (a + c)b = \overline{a} + (d c)$; б) $((da) \downarrow (bd)) ((a - c) \downarrow (b - c)) =$ $= ((a \oplus \overline{b}) - (ba)) \downarrow ((\overline{c} \leftrightarrow \overline{d}) \downarrow (d - c))$.

Вариант	Задания
21	а) $a + (c - b) = (a \leftrightarrow c) + (b c)$; б) $((a \downarrow b) \vee (\bar{a} \leftrightarrow b)) - ((c - d) \downarrow (c \leftrightarrow d)) =$ $= ((\bar{a} \rightarrow d)(\bar{d} \rightarrow b)) \rightarrow ((c \rightarrow a) (c \rightarrow b))$.
22	а) $(a \downarrow b) \downarrow ((\bar{a} c) \downarrow (\bar{b} d)) = a \vee b$; б) $((c \rightarrow a) - (a \oplus \bar{c})) \vee ((d - b) \downarrow (b \leftrightarrow d)) =$ $= ((a \downarrow b) \downarrow (c - b))((d \rightarrow a) - (cd))$.
23	а) $((a b) \rightarrow (b \vee c)) \vee (c \leftrightarrow d) = d \rightarrow (c \vee b)$; б) $((c \bar{b}) (c \leftrightarrow \bar{b})) ((\bar{a} \oplus \bar{d}) \rightarrow (\bar{a} - \bar{d})) =$ $= ((c \rightarrow \bar{d}) \rightarrow (\bar{b} - \bar{d})) \downarrow ((\bar{b} \bar{a}) (\bar{a} \rightarrow c))$.
24	а) $a \leftrightarrow (b c) = (a \rightarrow b) \leftrightarrow (a + c)b$; б) $((c \downarrow \bar{b}) \vee (c \oplus \bar{b})) - ((\bar{d} - \bar{a}) \downarrow (\bar{d} \leftrightarrow \bar{a})) =$ $= ((\bar{d} \rightarrow \bar{b})(\bar{d} \rightarrow c)) \rightarrow ((\bar{b} \downarrow \bar{a}) \vee (c \downarrow \bar{a}))$.

1.2. Используя эквивалентные преобразования, максимально упростите выражение.

Вариант	Задания
1	$(a \vee \bar{d}b)(\bar{a}(\bar{b} \vee d) \vee c) \vee \bar{c} \vee (a \vee \bar{b}d)$
2	$((a \vee c)(a \vee d))((c \vee cb)\bar{c} \vee \bar{a})$
3	$(\bar{b} \vee d)(\bar{d}c \vee ac \vee \bar{d}\bar{c} \vee ac)\bar{b}d$
4	$(a \vee \bar{c})(\bar{a} \vee \bar{b})(\bar{b} \vee c)(\bar{a} \vee b)(b \vee c)$
5	$ac \vee (b \vee \bar{d})(\bar{a} \vee \bar{d})(d \vee b)(\bar{a} \vee d) \vee ac$
6	$(\bar{b} \vee \bar{c})(a \vee b) \vee \bar{d}\bar{c} \vee (\bar{b}a \vee c)(a \vee b)$
7	$a\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b} \vee bc \vee \bar{a}b \vee c\bar{b}$
8	$(a \vee (c \vee bc))(\bar{c}d)\bar{c}d(c \vee \bar{d}\bar{c} \vee d)$
9	$(a \vee \bar{a})(\bar{b} \vee \bar{d})(\bar{b} \vee \bar{c})(\bar{c} \vee d) \vee (\bar{b} \vee c)(c \vee d)$
10	$(a \vee \bar{c})(\bar{a}d \vee bd \vee \bar{a}\bar{d} \vee \bar{b}d)(a \vee c)$
11	$(\bar{d}\bar{c} \vee \bar{d}\bar{b} \vee c\bar{b})(\bar{d}b \vee cb)(\bar{a} \vee a)$
12	$(\bar{c}\bar{d} \vee bc)(\bar{a} \vee \bar{d})((\bar{c} \vee \bar{b})d \vee cb)$

Вариант	Задания
13	$(a \vee b)\bar{b}cd \vee \bar{a}\bar{b}cd \vee \bar{b} \vee \bar{c} \vee d$
14	$(ab \vee a\bar{b}) \vee (\bar{a} \vee b)(c \vee \bar{d})(\bar{a} \vee \bar{b})(d \vee c)$
15	$(\bar{b}c \vee (\bar{c} \vee d) \vee \bar{a})(\bar{a} \vee b \vee \bar{c} \vee d)(\bar{c} \vee \bar{d})a$
16	$(b \vee c)(d \vee \bar{b}\bar{c}) \vee \bar{d}\bar{a} \vee (c \vee b)(\bar{d} \vee \bar{c})$
17	$bd \vee (c \vee \bar{d})(a \vee c)(\bar{d} \vee \bar{c})(a \vee \bar{c}) \vee \bar{b}d$
18	$(\bar{c} \vee d)(d \vee a) \vee (b \vee \bar{b})(\bar{c} \vee \bar{a})(\bar{c} \vee \bar{d})(\bar{d} \vee a)$
19	$a\bar{d} \vee (\bar{c}\bar{b} \vee d)(c \vee b) \vee (\bar{d} \vee \bar{c})(c \vee b)$
20	$((d \vee dc)\bar{d} \vee \bar{b})(b \vee d)(b \vee a)$
21	$(\bar{b}(\bar{c} \vee a) \vee d) \vee \bar{d} \vee (b \vee c\bar{a})(b \vee ac)$
22	$(c \vee \bar{a})(\bar{a} \vee \bar{b})(a \vee c)(\bar{b} \vee a) \vee b\bar{d} \vee bd$
23	$(d \vee a\bar{d} \vee a)(b \vee d \vee dc)(\overline{ca})d\bar{a}$
24	$\bar{c}\bar{b} \vee dc \vee \bar{b}c \vee d\bar{c} \vee b\bar{d}$

2. Минимизация логических функций

Минимизация логических функций методом Квайна – Мак-Класки и при помощи карт Карно.

2.1. В таблице заданы номера наборов аргументов, на которых полностью определенная логическая функция принимает значение, равное единице (порядок наборов аргументов соответствует естественному порядку следования чисел $0, 1, \dots, 2^n-1$; нумерация наборов аргументов начинается с нуля). Найдите минимальную дизъюнктивную нормальную форму методом Квайна – Мак-Класки и при помощи карт Карно. Сравните результаты и проведите проверку по таблице истинности. Постройте логическую схему.

Вариант	Номера наборов аргументов							
1	4	6	8	9	10	11	15	-
2	2	3	6	7	8	14	15	-
3	0	2	4	5	6	7	9	11
4	1	3	5	7	8	12	14	-
5	1	2	5	6	10	12	13	14
6	0	3	7	9	10	12	13	14
7	0	2	5	8	10	11	14	15
8	0	1	2	4	7	10	11	12
9	0	5	7	8	9	12	13	15
10	0	1	2	3	9	12	14	15
11	0	1	4	6	7	8	9	15
12	0	3	4	5	7	8	10	11
13	0	2	3	7	8	12	14	15
14	0	2	9	10	11	12	13	15
15	1	2	5	6	8	9	10	14
16	1	3	6	7	9	11	13	-
17	1	6	7	9	12	13	14	15
18	1	2	4	10	11	13	14	-
19	1	5	6	7	9	13	14	15
20	1	2	3	4	9	12	15	-
21	2	3	4	7	10	12	13	14
22	2	3	5	8	10	11	12	14
23	3	4	5	7	8	9	10	11
24	4	5	7	9	10	11	12	15

2.2. В таблице заданы номера наборов аргументов N , на которых частично определенная логическая функция F принимает значения, равные нулю и единице (нумерация наборов аргументов начинается с нуля). Минимизируйте функцию при помощи карт Карно, при этом значения функции на неуказанных наборах аргументов необходимо доопределить так, чтобы получить минимальную дизъюнктивную нормальную форму. Постройте логическую схему.

Вариант	Номера наборов аргументов и значения функции										
1	N	1	2	3	4	6	7	8	9	11	12
	F	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
2	N	1	2	3	5	6	7	8	9	13	15
	F	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
3	N	1	2	3	4	6	7	9	12	13	14
	F	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
4	N	0	2	3	5	6	7	10	12	13	
	F	0	1	1	0	0	1	1	0	0	
5	N	0	1	3	4	6	9	10	11	14	15
	F	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
6	N	0	1	2	5	7	10	11	13	14	14
	F	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1
7	N	1	3	4	5	6	10	11	12	14	15
	F	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
8	N	0	2	4	5	6	8	10	11	14	15
	F	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
9	N	0	1	3	4	5	6	9	10	11	12
	F	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
10	N	0	1	2	4	5	7	10	11	13	15
	F	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
11	N	0	1	3	4	6	7	11	12	14	15
	F	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0
12	N	0	1	2	4	5	7	8	10	14	15
	F	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
13	N	1	2	3	4	6	8	9	11	12	
	F	0	0	1	0	0	0	1	1	1	
14	N	0	2	3	5	7	8	9	12	13	15
	F	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1

Вари- ант	Номера наборов аргументов и значения функции										
15	<i>N</i>	1	2	4	6	7	8	9	12	13	14
	<i>F</i>	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
16	<i>N</i>	0	2	5	6	7	8	9	10	12	13
	<i>F</i>	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1
17	<i>N</i>	0	2	3	5	6	7	8	9	10	13
	<i>F</i>	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0
18	<i>N</i>	1	2	3	4	6	7	8	9	12	14
	<i>F</i>	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1
19	<i>N</i>	0	2	3	5	6	7	8	12	13	15
	<i>F</i>	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
20	<i>N</i>	1	2	3	4	6	7	9	11	12	13
	<i>F</i>	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
21	<i>N</i>	0	1	2	5	7	8	10	11	14	15
	<i>F</i>	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
22	<i>N</i>	0	1	3	4	6	10	11	12	14	15
	<i>F</i>	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
23	<i>N</i>	0	2	4	5	7	10	13	14	15	
	<i>F</i>	0	0	0	1	0	1	1	0	1	
24	<i>N</i>	1	3	4	5	6	9	10	11	14	15
	<i>F</i>	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
25	<i>N</i>	0	1	2	4	5	7	8	10	11	15
	<i>F</i>	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
26	<i>N</i>	0	1	3	4	5	6	10	11	12	14
	<i>F</i>	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
27	<i>N</i>	0	1	2	4	5	7	10	13	14	15
	<i>F</i>	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
28	<i>N</i>	0	1	3	4	5	6	9	11	14	15
	<i>F</i>	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
29	<i>N</i>	0	2	3	5	6	7	8	9	10	13
	<i>F</i>	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0
30	<i>N</i>	1	2	3	4	6	7	8	9	12	14
	<i>F</i>	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1

2.3. Полностью определенная логическая функция задана таблицей истинности. Найдите минимальную дизъюнктивную нормальную форму методом Квайна – Мак-Класки и при помощи карт Карно. Сравните результаты и проведите проверку по таблице истинности. Постройте логическую схему.

Вариант	Наборы аргументов							
	0	0	0	0	1	1	1	1
	0	0	1	1	0	0	1	1
	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0	1
2	1	1	0	0	1	0	1	0
3	1	0	1	0	1	1	1	0
4	1	1	1	1	0	1	1	1
5	1	1	0	0	1	0	1	1
6	1	1	0	1	1	0	1	1
7	1	0	1	1	1	0	0	1
8	1	1	0	1	1	1	1	1
9	0	0	1	1	0	1	1	1
10	0	1	1	0	1	1	1	0
11	0	1	1	0	0	0	1	1
12	1	1	1	0	0	0	0	0
13	1	0	0	1	1	1	1	1
14	1	0	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	0	1	0	1	0
16	1	0	0	0	1	1	0	1
17	1	1	1	1	1	1	1	0

3. Способы задания автоматов

Граф-схема алгоритма (ГСА) и логическая схема алгоритма (ЛСА). Табличный, графовый и матричный способы задания автоматов Мили и Мура. Частичные автоматы. Синхронные и асинхронные автоматы. Переход от модели Мили к модели Мура и обратно.

3.1. Постройте ГСА по заданной ЛСА (w – тождественно ложное логическое условие).

$$3.1.1. Y_H x_1 \overset{1}{\uparrow} Y_1 \overset{1}{\downarrow} x_2 \overset{2}{\uparrow} Y_2 Y_3 \overset{2}{\downarrow} Y_4 Y_K ;$$

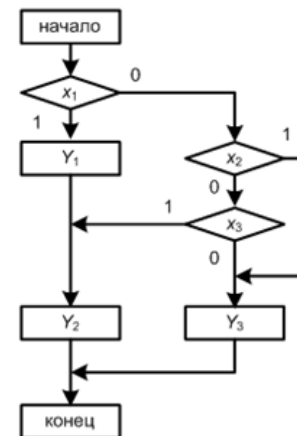
$$3.1.2. Y_H Y_1 x_1 \overset{1}{\uparrow} x_2 \overset{2}{\uparrow} Y_2 w \overset{3}{\uparrow} \downarrow Y_3 w \overset{3}{\uparrow} \downarrow Y_4 \overset{3}{\downarrow} Y_K ;$$

$$3.1.3. Y_H \overset{3}{\downarrow} Y_1 x_1 \overset{1}{\uparrow} x_2 \overset{2}{\uparrow} Y_2 x_3 \overset{3}{\uparrow} \downarrow Y_3 x_4 \overset{3}{\uparrow} \downarrow Y_4 Y_K ;$$

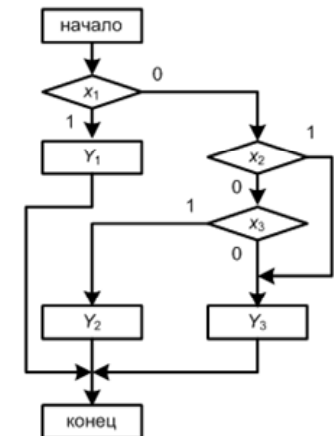
$$3.1.4. Y_H \overset{1}{\downarrow} Y_1 x_1 \overset{1}{\uparrow} x_2 \overset{2}{\uparrow} Y_2 x_3 \overset{2}{\uparrow} \downarrow Y_3 x_4 \overset{1}{\uparrow} Y_4 Y_K .$$

3.2. Постройте ЛСА по заданной ГСА (используйте, если это необходимо, тождественно ложное логическое условие w).

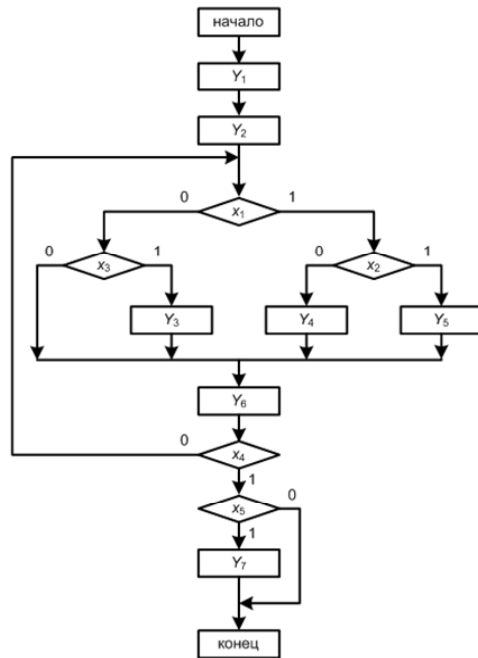
3.2.1



3.2.2.



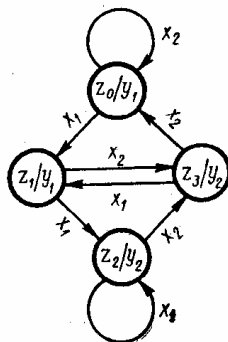
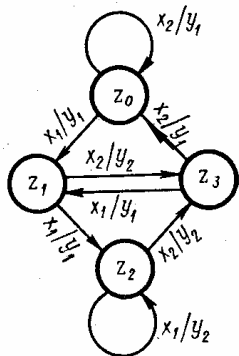
3.2.3.



3.3. Определите тип абстрактного автомата (модель Мили или модель Мура). Задайте автомат тремя способами (таблично, в виде графа, матрично).

3.3.1.

3.3.2.



3.3.3.

Таблица переходов и таблица выходов

	1	2	3	4
<i>a</i>	2	2	1	4
<i>b</i>	2	4	2	3
<i>c</i>	1	3	2	3
<i>d</i>	4	3	1	1
<i>e</i>	4	2	1	2

	1	2	3	4
<i>a</i>	I	IV	III	V
<i>b</i>	I	IV	II	V
<i>c</i>	III	IV	II	VI
<i>d</i>	VII	IV	V	VI
<i>e</i>	VI	IV	III	II

Найдите реакцию автомата на входные последовательности «bddacecb», «bbccddaecb», «abcdeedcba».

3.3.4.

Таблица переходов и выходов

	0	1	2	3
0	3/0	3/1	3/1	3/0
1	2/0	2/0	2/0	0/0
2	1/0	1/0	2/1	0/1
3	3/0	3/1	3/1	1/1

3.3.5.

Матрица соединений

	1	2	3
1	—	$x_1 y_1$	$x_2 y_2$
2	—	$x_2 y_1$	$x_1 y_3$
3	$x_2 y_1$	$x_1 y_3$	—

3.3.6.

Матрица и вектор соединений

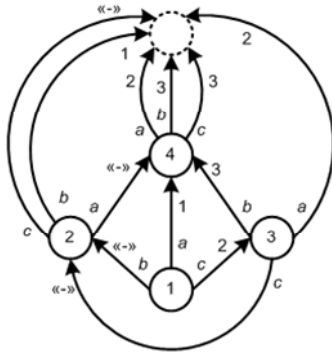
	y_1	y_1	y_3	y_2	y_3
	1	2	3	4	5
1	—	x_1	—	x_2	—
2	—	x_2	—	—	x_1
3	—	x_2	—	—	x_1
4	x_2	—	x_1	—	—
5	x_2	—	x_1	—	—

3.3.7.

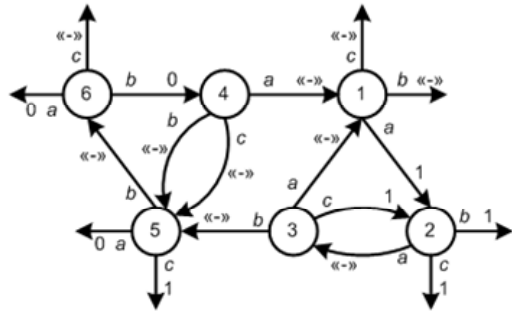
Отмеченная таблица переходов

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
	0	1	2	3
<i>a</i>	0	0	0	0
<i>b</i>	1	1	1	1
<i>c</i>	2	2	2	2
<i>d</i>	3	3	3	3
<i>e</i>	0	1	2	3

3.3.8.



3.3.9.



3.4. Какие таблицы переходов отвечают асинхронным автоматам?

3.4.1.

	1	2	3	4	5
a	1	1	3	3	3
b	1	2	2	2	5
c	1	2	4	4	4
d	5	2	5	5	5

3.4.2.

	1	2	3	4	5
a	5	2	2	3	5
b	2	3	4	5	1
c	2	1	1	2	3
d	5	2	4	4	1

3.4.3.

	1	2	3	4	5
a	2	4	2	4	1
b	1	2	2	3	4
c	1	1	4	5	5
d	3	3	3	1	4

3.4.4.

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	1	2	2	7	7
2	5	6	6	5	5	6	5
3	1	2	4	4	1	2	4

3.5. Для каждого автомата Мили (Мура) из заданий **3.3.1 – 3.3.7** постройте эквивалентный ему автомат Мура (Мили).

3.6. Пусть имеются 3 кнопки $\{a, b, c\} = X$ и 12 электрических лампочек $\{y_1, y_2, \dots, y_{12}\} = Y$. Переменные a, b, c принимают значение «1», если соответствующая кнопка нажата, и «0» – в противном случае. Переменные y_1, y_2, \dots, y_{12} принимают значение «1», если горит соответствующая лампочка, значение «0» – в противном случае. Лампочки расположены в ячейках таблицы 3×4 .

Реализуйте такую связь между элементами множеств X и Y , чтобы комбинация светящихся лампочек всегда образовывала цифру, двоичный код которой задан состояниями кнопок.

3.7. Накопительный счетчик, на вход которого подаются двоичные цифры 0 и 1, подсчитывает по модулю 3 общее число поступивших на вход единиц.

а) перечислите входной и выходной алфавиты, а также определите множество состояний;

б) постройте таблицу переходов соответствующего дискретного автомата;

в) постройте граф автомата;

г) постройте матрицу соединений;

д) определите тип автомата.

3.8. Русский текст, составленный из 32 букв алфавита и пропусков между словами, анализируется с целью подсчета слов, начинающихся с буквы «а» и оканчивающихся на «ия» (таких, например, как ария, анатомия и т. п.). Все буквы, кроме «а», «и», «я», обозначим через «α», а пропуск – через «β». Входной алфавит X , выходной алфавит Y и множество состояний S определяются следующим образом: $X = \{a, u, y, \alpha, \beta\}$; $Y = \{\text{считать, не считать}\}$; $S = \{\text{новое слово, появление } a\dots, \text{появление } a\dots u, \text{появление } a\dots ia, \text{ожидание нового слова}\}$.

Охарактеризуйте эту систему как дискретный автомат, запишите таблицу переходов и матрицу соединений, постройте граф автомата.

Определите выходную последовательность и последовательность состояний автомата, если на вход при начальном состоянии «новое слово» подаются слова: *армия, арка, анатомия*.

3.9. Решите задачу **3.8** при условии, что анализ текста осуществляется с целью подсчета слов, которые оканчиваются на «*тор*».

3.10. Постройте дискретный автомат, описывающий действия грузового лифта в трехэтажном магазине. Три состояния лифта соответствуют его пребыванию на этажах. Входами являются кнопки на этажах, а также сигнал о том, что ни одна кнопка не нажата. Выходами являются сигналы, определяющие движение вверх, вниз и остановку. Предполагается, что одновременно может быть нажата только одна кнопка и до достижения лифтом нужного этажа вход не меняется. При отсутствии команд лифт должен возвращаться на первый этаж.

3.11. Проведите абстрактный синтез дискретного автомата, реализующего модель телефонного аппарата, который способен запоминать некоторый номер (от 1 до N) и посылать в телефонную сеть соответствующую этому номеру последовательность импульсов при нажатии специальной кнопки.

4. Минимизация полностью определенных автоматов

Минимизация полностью определенных автоматов методом последовательных разбиений и по таблице пар состояний. Минимизация С-автоматов.

4.1. Минимизируйте автомат Мили **а)** методом последовательных разбиений; **б)** при помощи таблицы пар состояний.

4.1.1.

Таблица переходов

	1	2	3	4	5	6	7	8
a	4	5	3	5	7	1	5	3
b	2	1	5	8	2	3	3	5
c	5	4	4	4	1	4	7	6

Таблица выходов

	1	2	3	4	5	6	7	8
a	1	2	2	1	1	1	1	2
b	2	1	1	2	2	2	2	1
c	1	2	2	2	1	2	2	2

4.1.2.

Таблица переходов

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	5	1	3	1	1	5
1	4	1	1	2	4	5	5
2	4	4	6	0	4	4	2

Таблица выходов

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1

4.1.3.

Таблица переходов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	0	1	2	5	7	5	3	6
1	1	3	1	1	3	8	1	3	8
2	4	3	4	1	2	5	7	6	6

Таблица выходов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0	0	1

4.1.4.

Таблица переходов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	10	11	5	7	3	7	3	10	7	1	2
2	5	7	6	3	9	3	6	4	6	8	8

Таблица выходов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	2
2	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	1

4.2. Минимизируйте автомат Мура методом последовательных разбиений.

Отмеченная таблица переходов

	1	1	3	3	3	2	3	1	2	2	2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	10	11	5	7	3	7	3	10	7	1	2
2	5	7	6	9	9	9	6	4	6	8	8

4.3. Минимизируйте С-автомат методом последовательных разбиений.

Таблица переходов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	10	10	5	7	3	7	3	10	7	1	5
2	5	7	6	11	9	11	6	4	6	8	9

Отмеченная таблица выходов

	1	1	3	3	3	2	3	1	2	2	2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	2
2	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	1

5. Минимизация частичных автоматов

Минимизация частично определенных автоматов при помощи таблицы пар состояний и матрицы совместимости.

5.1. Минимизируйте частичный автомат.

5.1.1.

Таблица переходов

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	-	-
2	3	5	6	3	6	-
3	-	-	3	-	-	4
4	4	-	-	1	-	2

Таблица выходов

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	1	-	-
2	0	0	0	0	0	-
3	-	-	1	-	-	1
4	1	-	-	1	-	0

5.1.2.

Таблица переходов

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	1	1	-	-
2	-	-	5	5	6	4
3	-	-	2	5	-	-

Таблица выходов

	1	2	3	4	5	6
1	1	-	-	-	0	0
2	-	1	-	-	-	0
3	-	1	1	-	1	-

5.1.3.

Таблица переходов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	2	6	4	6	-	1	2	3
2	-	3	-	-	8	6	-	3	2
3	-	1	1	1	-	5	3	-	1

Таблица выходов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	-	-	-	0	0	1	1	1	1
2	-	-	-	1	0	1	0	0	0
3	0	0	0	-	-	-	1	1	1

6. Операции над автоматами

Соединение автоматов: последовательное, параллельное и с обратной связью. Разбиение автоматов.

6.1. Постройте автомат S из автоматов S_1 и S_2 , применив параллельное соединение. Автоматы заданы таблицами переходов и выходов.

S_1	B_1	B_2	B_3
x_1	B_1/y_1	B_2/y_2	B_3/y_2
x_2	B_3/y_1	B_3/y_1	B_2/y_1

S_2	C_1	C_2
x_1	C_1/z_1	C_2/z_2
x_2	C_2/z_2	C_1/z_1

φ	y_1	y_2
z_1	v_1	v_2
z_2	v_2	v_3

6.2. Постройте автомат S из автоматов S_1 и S_2 , применив последовательное соединение. Автоматы заданы таблицами переходов и выходов.

S_1	B_1	B_2	B_3
x_1	B_1/y_1	B_2/y_2	B_3/y_2
x_2	B_3/y_1	B_3/y_1	B_2/y_1

S_2	C_1	C_2
y_1	C_1/z_1	C_2/z_2
y_2	C_2/z_2	C_1/z_1

6.3. Постройте автомат S из автоматов S_1 и S_2 , применив соединение с обратной связью. Автоматы заданы таблицами переходов и выходов.

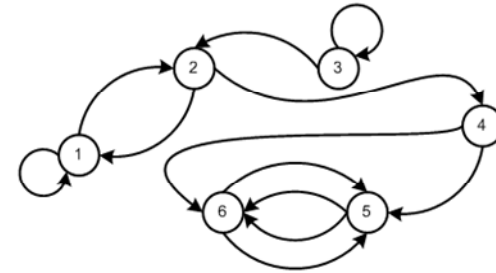
S_1	B_1	B_2	B_3
p_1	B_3/y_1	B_2/y_2	B_3/y_1
p_2	B_2/y_3	B_1/y_1	B_1/y_2

S_2	z_1	z_2
	C_1	C_2
y_1	C_1	C_2
y_2	C_2	C_2
y_3	C_1	C_1

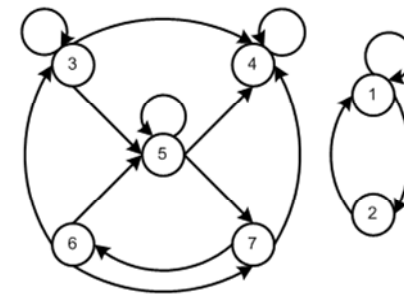
γ	x_1	x_2	x_3
z_1	p_1	p_1	p_1
z_2	p_2	p_2	p_1

6.4. Разбейте автомат на подавтоматы, определите их тип (проходящий, тупиковый, изолированный).

6.4.1.



6.4.2.

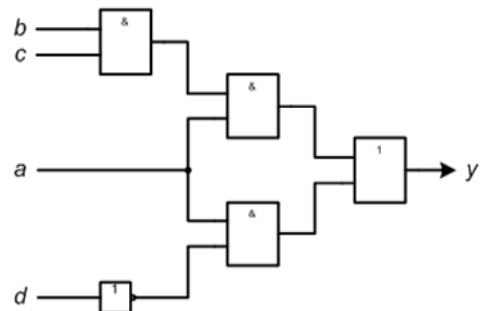


7. Канонический метод структурного синтеза

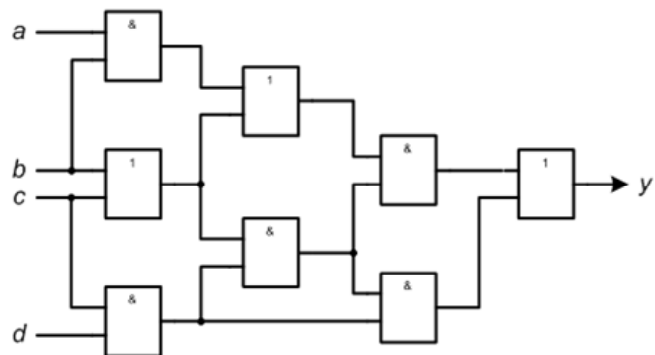
Канонический метод структурного синтеза автомата: построение канонической системы при синтезе на различных элементах памяти¹. Графическая интерпретация канонического метода.

7.1. По логической схеме выпишите каноническое уравнение. Если возможно, упростите и постройте новую логическую схему.

7.1.1.



7.1.2.



¹ Здесь и далее, если не оговорено противное, синтез необходимо проводить в стандартном базисе {«и», «или», «не»}.

7.2. Задан абстрактный С-автомат:

Таблица переходов

	1	2	3
1	–	1	1
2	3	–	3
3	2	3	–

Отмеченная таблица выходов

	1	2	2
	1	2	3
1	–	3	2
2	4	–	3
3	2	1	–

Используя канонический метод структурного синтеза, выпишите каноническую систему (выполните структурный синтез) и постройте логическую схему автомата S

- а) при синтезе на элементах задержки;
- б) при синтезе на триггерах со счетным входом;
- в) при синтезе на триггерах с отдельными входами.

Примечание: Минимизация канонической системы необязательна.

7.3. Абстрактный автомат Мили задан таблицей переходов и выходов.

	0	1	2	3
0	3/0	2/0	1/0	3/0
1	3/1	2/0	1/0	3/1
2	3/1	2/0	2/1	3/1
3	3/0	0/0	0/1	1/1

Используя канонический метод структурного синтеза (его графическую интерпретацию), выпишите каноническую систему

- а) при синтезе на элементах задержки;
- б) при синтезе на триггерах со счетным входом;
- в) при синтезе на триггерах с отдельными входами.

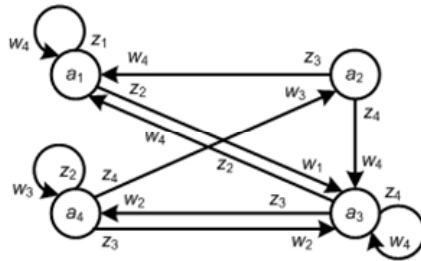
Примечание: Минимизация канонической системы необязательна.

7.4. Выполните структурный синтез абстрактного автомата Мили в базисе {«и», «не»}

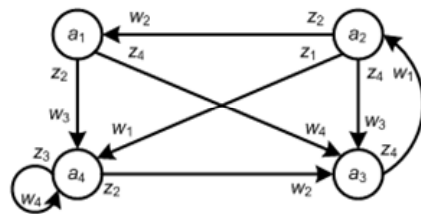
- а) на триггерах с отдельными входами;
- б) на триггерах со счетным входом;
- в) на задержках.

Минимизацию канонической системы проведите при помощи карт Карно.

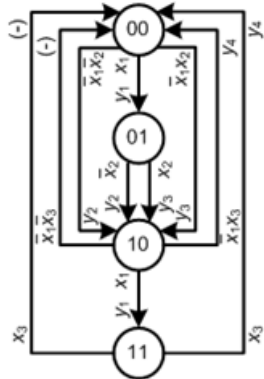
7.4.1.



7.4.2.



7.5. Проведите структурный синтез автомата Мили



а) на триггерах с отдельными входами;

б) на триггерах со счетным входом;

в) на задержках;

упростите каноническую систему аналитическим способом.

7.6. Выполните структурный синтез абстрактных автоматов из задания 3.3 и полученных минимальных абстрактных автоматов из заданий 4.1 – 4.3, 5.1. Выбор элементов памяти – произволен.

8. Кодирование

Методы противогоночного кодирования (алгоритм развязывания пар переходов и соседнее кодирование). Оптимальное кодирование состояний при синтезе на задержках. Оценка качества кодирования. Эвристический алгоритм оптимального кодирования состояний, уменьшающий сложность логической схемы.

8.1. Закодируйте состояния асинхронного автомата (представленного таблицей переходов) методом развязывания пар переходов. Проведите минимизацию полученных кодов.

8.1.1.

	1	2	3	4	5
1	1	1	3	3	—
2	1	2	2	2	5
3	1	2	4	4	4
4	5	2	5	5	5

8.1.2.

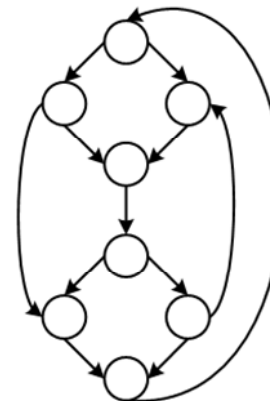
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	1	2	2	7	7
2	5	6	—	5	5	6	5
3	1	2	4	4	1	2	—

8.1.3.

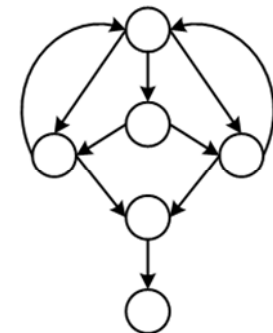
	1	2	3	4	5	6	7
1	2	2	5	6	5	6	—
2	1	3	3	3	1	—	—
3	—	4	7	4	—	—	7

8.2. Закодируйте состояния автомата методом соседнего кодирования или покажите, что такое кодирование невозможно.

8.2.1.



8.2.2.



8.3. Выполните оптимальное (с точки зрения сложности канонической системы) кодирование состояний и выходов при синтезе на задержках автоматов из заданий **7.2 – 7.5**. Для каждого автомата найдите новую каноническую систему.

8.4. Для автоматов из задания **8.1** оцените качество кодирования.

8.5. Закодируйте состояния автоматов из задания **8.1** эвристическим алгоритмом оптимального кодирования (минимизирующим суммарное число изменений состояний элементов памяти на всех переходах и, следовательно, уменьшающим сложность канонических уравнений функций возбуждения памяти). Исключает ли полученное кодирование гонки?

8.6. Закодируйте состояния автоматов из задания **3.3**, полученных минимальных автоматов из заданий **4.1 – 4.3, 5.1**, автоматов из заданий **7.2 – 7.5**

а) методом противогоночного кодирования (алгоритмом развязывания пар переходов);

б) эвристическим алгоритмом оптимального кодирования, уменьшающим сложность логической схемы.

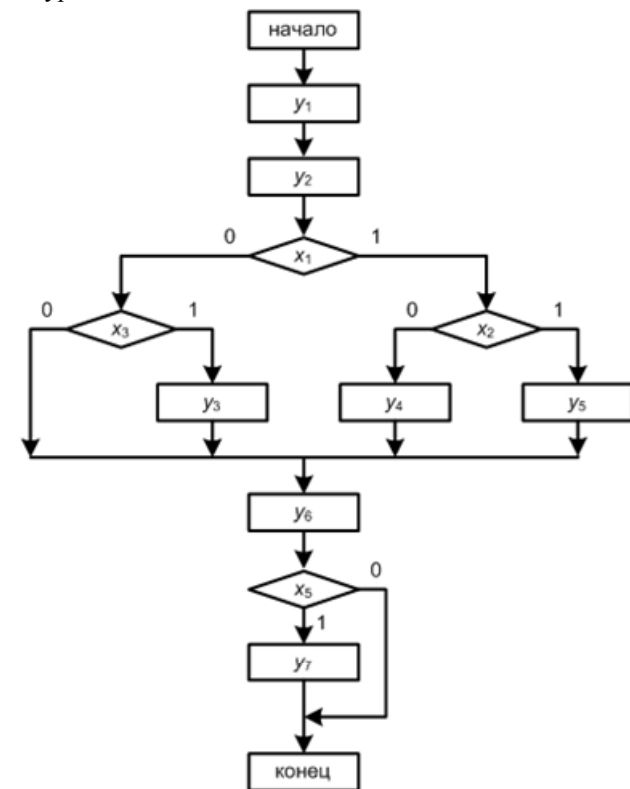
9. Микропрограммные автоматы

Построение графов, прямых и обратных списков переходов микропрограммных автоматов Мили и Мура по ГСА. Построение структурного списка микропрограммного автомата при синтезе на различных элементах памяти. Минимизация микропрограммного автомата. Противогоночное и оптимальное кодирование состояний микропрограммного автомата.

9.1. По заданной ГСА микропрограммы постройте граф микропрограммного автомата

9.1.1. Мили;

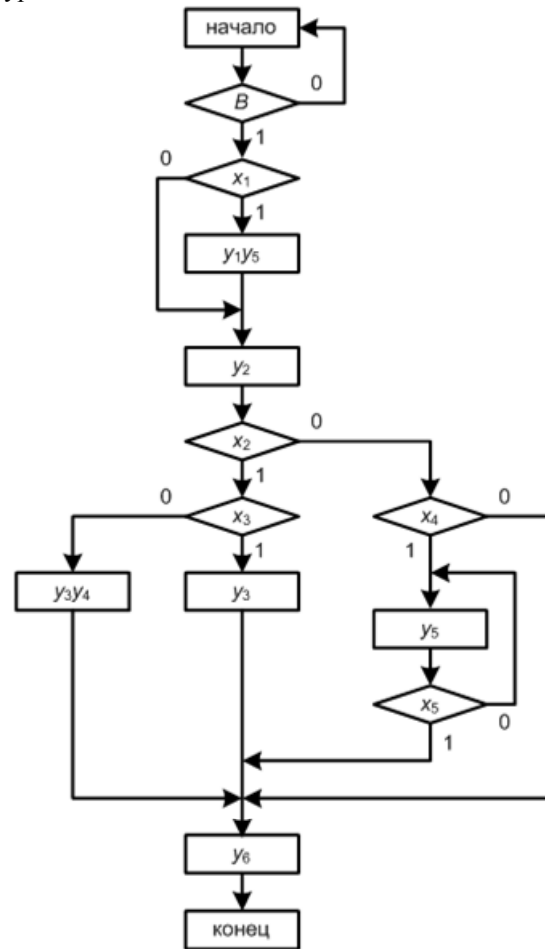
9.1.2. Мура.



9.2. По заданной ГСА микропрограммы постройте граф, прямой и обратный списки переходов микропрограммного автомата

9.2.1. Мили;

9.2.2. Мура.



9.3. По заданной ГСА микропрограммы постройте граф, прямой и обратный структурные списки переходов микропрограммного автомата

9.3.1. Мили;

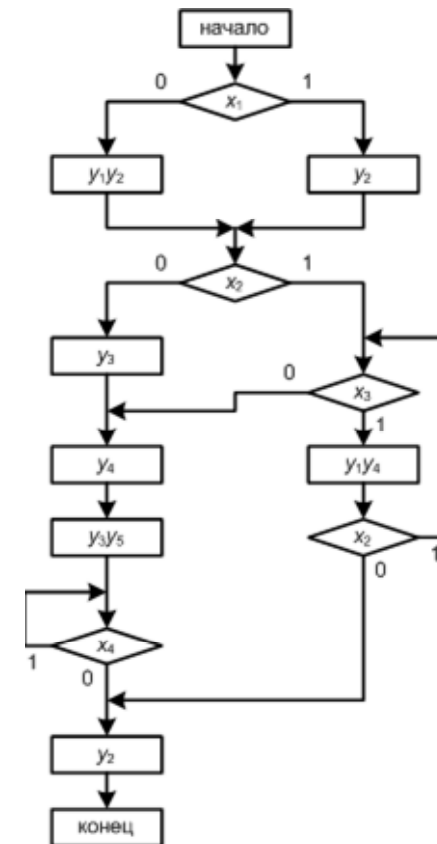
9.3.2. Мура.

Синтез проведите

а) на триггерах с отдельными входами;

б) на триггерах со счетным входом;

в) на задержках.



9.4. По заданной ГСА микропрограммы постройте граф, прямой и обратный структурные списки переходов микропрограммного автомата

9.4.1. Мили;

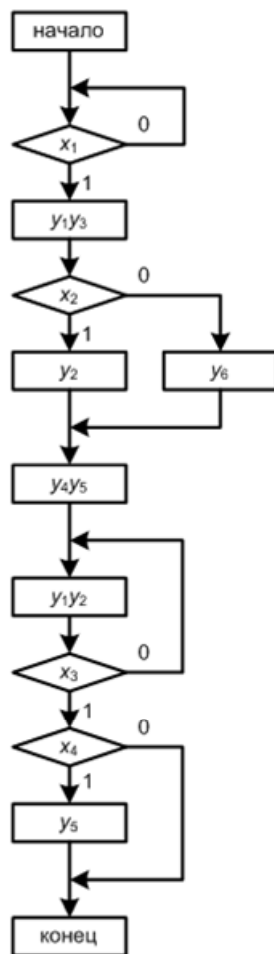
9.4.2. Мура.

Синтез проведите

а) на триггерах с отдельными входами;

б) на триггерах со счетным входом;

в) на задержках.



9.5. Микропрограммный автомат задан прямым списком переходов:

Исходное состояние	Состояние перехода	Входной сигнал	Выходной сигнал
A_1	A_2	$\bar{X}_1 \bar{X}_2$	Y_1
	A_3	$X_1 X_4$	Y_3
	A_4	$\bar{X}_1 X_2$	Y_2
	A_5	$X_1 \bar{X}_4$	Y_6
A_2	A_6	$X_4 X_3$	Y_5
	A_8	$\bar{X}_4 \bar{X}_3$	Y_4
	A_6	$X_4 X_3$	Y_5
	A_9	$X_4 \bar{X}_3$	Y_4
A_3	A_6	X_3	Y_5
	A_7	\bar{X}_3	Y_4
A_4	A_6	X_3	Y_5
	A_8	\bar{X}_3	Y_4
A_5	A_2	$\bar{X}_1 \bar{X}_2$	Y_1
	A_3	$X_1 X_4$	Y_3
	A_4	$\bar{X}_1 X_2$	Y_2
	A_5	$X_1 \bar{X}_4$	Y_6
A_6	A_2	X_4	Y_3
	A_9	\bar{X}_4	Y_5
A_7	A_4	X_4	Y_3
	A_8	\bar{X}_4	Y_5
A_8	A_5	1	Y_1
A_9	A_1	1	Y_1

9.5.1. Минимизируйте микропрограммный автомат.

9.5.2. Закодируйте состояния полученного автомата

а) методом противоположного кодирования (алгоритмом развязывания пар переходов);

б) эвристическим алгоритмом оптимального кодирования, уменьшающим сложность логической схемы.

9.6. Постройте прямой и обратный структурные списки переходов по графу автомата Мили из задания **7.5**.

Осуществите переход к модели Мура и также постройте прямой и обратный структурные списки переходов.

Выбор элементов памяти – произволен.

10. Эксперименты с автоматами

Простой безусловный диагностический эксперимент. Построение диагностической последовательности методом дерева преемников.

10.1. Используя метод дерева преемников, постройте диагностическую последовательность и решите диагностическую задачу, или покажите, что ее решения не существует.

10.1.1. Автомат задан таблицами переходов и выходов из задания **4.1.1**. Множество допустимых начальных состояний:

- а)** $\{2, 3, 5, 6\}$;
- б)** $\{2, 3, 4, 5\}$;
- в)** $\{1, 2, 6, 8\}$;
- г)** $\{1, 2, 3, 7\}$.

10.1.2. Автомат задан таблицами переходов и выходов из задания **4.1.2**. Множество допустимых начальных состояний:

- а)** $\{1, 2, 3, 4\}$;
- б)** $\{0, 1, 2, 3\}$.

10.1.3. Автомат задан таблицами переходов и выходов из задания **4.1.4**. Множество допустимых начальных состояний:

- а)** $\{1, 3, 5, 10\}$;
- б)** $\{2, 4, 7, 11\}$;
- в)** $\{1, 5, 6, 10\}$;
- г)** $\{2, 7, 9, 11\}$.

Литература

1. Акимов О.Е. *Дискретная математика. Логика, группы, графы*. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001 г.
2. Баранов С.И. *Синтез микропрограммных автоматов*. Ленинград: Энергия, 1974 г.
3. Богаченко Н.Ф., Файзуллин Р.Т. *Синтез дискретных автоматов*. Учебное пособие. Омск: Издательство Наследие. Диалог-Сибирь, 2006. 150 с.
4. Закревский А.Д. *Алгоритмы синтеза дискретных автоматов*. М.: Наука, 1974 г.
5. Майоров С.А., Новиков Г.И. *Принципы организации цифровых машин*. Ленинград: Машиностроение, 1974 г.
6. Савельев А.Я. *Основы информатики*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001 г.

Богаченко Н.Ф.

**СБОРНИК ЗАДАНИЙ ПО СИНТЕЗУ
ДИСКРЕТНЫХ АВТОМАТОВ**

Авторское редактирование

Подготовлено к печати
ООО «Издательство Наследие. Диалог-Сибирь»
Лицензия ЛР № 071680 от 04.06.98.

Подписано в печать 17.02.2006.
ОП. Формат 60x84 1/16 . Усл.печ.л. 2,25. Уч.-изд.л. 1,5.
Тираж 100 экз.

Полиграфический центр КАН
644050, г. Омск, пр. Мира 32, ком.11, тел. (381-2) 65-47-31
Лицензия ПЛД № 58-47 от 21.04.97 г.