



ЭТ1. ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Требуемое оборудование

Приборы:

1. Блок генераторов напряжений ГН2-01
2. Блок амперметра-вольтметра АВ1-07
3. Стенд с объектами исследования СЗ-ЭМ1

Цель работы

Изучить схемы замещения источников электрической энергии. Научиться теоретически и экспериментально, используя методы наложения, узловых потенциалов, законов Кирхгофа, Ома и метода эквивалентного генератора определять потенциалы узлов и токи в ветвях простейших резистивных электрических цепей, содержащих источники напряжения и тока.

Краткое теоретическое введение

Электрическая цепь, элементы цепи и их схемы замещения

Электрической цепью называется совокупность устройств, предназначенных для передачи, распределения и взаимного преобразования электромагнитной, тепловой, световой и др. видов энергии и информации, если процессы, протекающие в устройствах, могут быть описаны при помощи таких понятий, как ЭДС, напряжение и ток.

Основными *элементами* электрической цепи являются источники и приемники электрической энергии и информации, которые соединяются между собой проводниками. В *источниках* электрической энергии (аккумуляторы, гальванические элементы, генераторы и т. п.) химическая, механическая, тепловая и др. виды энергии преобразуются в электрическую энергию. В *приёмниках* энергии таких, как нагреватели, электрические машины, осветительные приборы и т. п. электрическая энергия преобразуется в иные виды энергии.

Электрические цепи, в которых получение, передача и преобразование электрической энергии происходит при постоянных во времени токах и напряжениях, называются *цепями постоянного тока*, а при переменных во времени токах и напряжениях - *цепями переменного тока*.

Для расчета и исследования процессов, протекающих в электрической цепи, её заменяют расчетной *схемой замещения*, т. е. идеализированной цепью, которая служит расчетной моделью реальной цепи. При получении такой схемы, каждый реальный элемент цепи заменяется расчетной моделью – *элементом схемы*. Математическое описание каждого элемента (модель) должно отражать протекающие в нём главные физические процессы.

Одним из приёмников электрической цепи является резистивный элемент - *резистор*. В резистивном элементе с сопротивлением R электромагнитная энергия преобразуется в тепло. R – активное сопротивление, измеряется в омах (Ом). Мгновенная мощность, с которой происходит преобразование энергии, определяется соотношением: $p = i^2 R$. Резистивные (или их ещё называют активные) сопротивления вводятся в схемы замещения элементов цепи для учета необратимого преобразования электромагнитной энергии в другие виды (например, тепловую, механическую, энергию излучения и т. п.).

Для расчета токов и напряжений в цепи необходимо задать положительные направления токов и напряжений в элементах цепи. Положительным направлением тока и напряжения полагается их направление от узла с большим потенциалом к узлу с меньшим потенциалом.

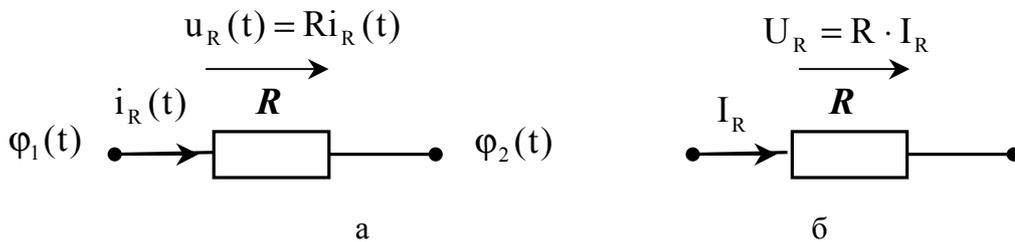


Рис. 1

На рис. 1 $\varphi_1(t) \geq \varphi_2(t)$, поэтому направление тока и напряжения задано от узла с потенциалом $\varphi_1(t)$ к узлу с потенциалом $\varphi_2(t)$. В резистивном элементе (рис. 1,а) напряжение связано с током законом Ома: $u_R(t) = R \cdot i_R(t)$. Для цепи постоянного тока (рис. 1,б) или для действующих значений резистивной цепи с гармоническими источниками (рис. 1,а) $U_R = R \cdot I_R$. Если значение сопротивления резистора не зависит от тока, протекающего через него, то такой резистор называется линейным, а электрическая цепь, состоящая только из таких резисторов, - линейной резистивной.

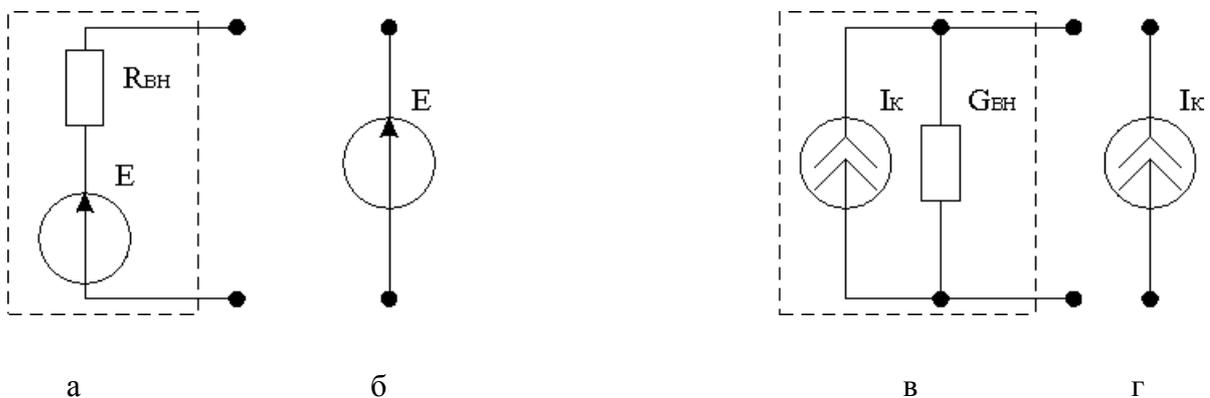


Рис. 2

В настоящей лабораторной работе рассматриваются цепи, содержащие только линейные резисторы и источники ЭДС и тока. Для анализа такого рода цепей можно использовать все законы, применяемые для анализа линейных цепей постоянного тока и связывающие между собой значения токов, напряжений и ЭДС.

Источником напряжения (ЭДС, тока) называют источник, напряжение (ЭДС, ток) которого не зависит от сопротивления внешней цепи R_H . Схемы замещения реальных источников приведены на рис. 2, а – источник ЭДС (напряжения), а на рис. 2, в – источник тока. Величина ЭДС источника – E измеряется в режиме холостого хода (т. е. при токе в источнике $I_E = 0$) и равна напряжению на его зажимах. В схемах замещения источников резистор $R_{вн} = 1/G_{вн}$ учитывает тепловые потери энергии, выделяемые внутри источника. Если внутреннее сопротивление источников ЭДС (напряжения) – $R_{вн}$ равно нулю, а источника тока – бесконечности, то такие источники называют идеальными (рис. 1.2,б,г). В реальных источниках внутреннее сопротивление имеет конечное значение, поэтому на практике за источник ЭДС (напряжения) принимают источник, для которого выполняется условие $10 \cdot R_{вн} \leq R_H \leq \infty$, а при условии $0 \leq R_H \leq 0.1R_{вн}$ – за источник тока, где R_H – внешнее сопротивление, на которое включен источник.

Источники напряжения, ЭДС и тока могут представляться внешними характеристиками: для источников напряжения и ЭДС – зависимостями напряжения или ЭДС от тока, протекающего через источник, а для источника тока – зависимостями тока от напряжения на его зажимах.

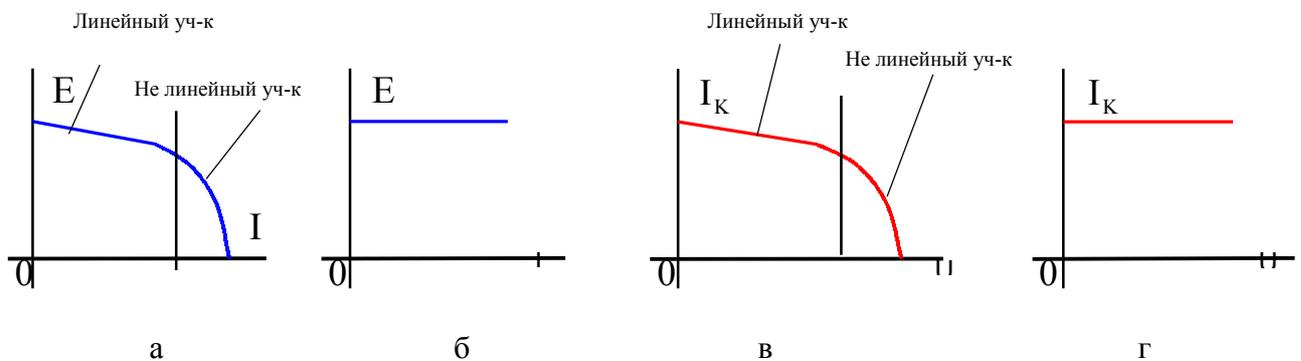


Рис. 3

На рис. 3,а,в показаны внешние характеристики реальных источников ЭДС и тока, где имеются линейный (рабочий) и нелинейный участки характеристик, на которых источник может выйти из строя. На рис. 3,б,г изображены внешние характеристики идеальных источников ЭДС и тока. В данной работе рассматриваются источники, которые работают на линейном участке характеристики.

Законы Кирхгофа

Как известно, для любой электрической цепи справедливы законы Кирхгофа для токов и напряжений.

Первый закон Кирхгофа: Алгебраическая сумма токов в проводниках, соединенных в узел, равна нулю

$$\sum_j (\pm I_j) = 0. \quad (1)$$

Узел в электрической цепи называется место соединения трёх и более ветвей, место соединения двух ветвей называется устранимым узлом. В (1) ток берется со знаком плюс, если ток втекает в узел, и со знаком минус, если вытекает.

Ветвью называется участок цепи с последовательным соединением элементов. **Замкнутым контуром** цепи называется путь по ветвям цепи, который начинается и заканчивается в одном и том же узле.

Второй закон Кирхгофа: Алгебраическая сумма ЭДС всех источников в любом замкнутом контуре цепи равна алгебраической сумме напряжений на всех остальных элементах того же контура

$$\sum_j (\pm E_j) = \sum_i (\pm U_i). \quad (2)$$

Для составления уравнения необходимо задать направление обхода контура: по направлению часовой стрелки либо против часовой стрелки. В (1.2) ЭДС и напряжения берутся со знаком плюс, если их направления совпадают с направлением обхода контура, если не совпадают, то со знаком минус.

Система независимых контуров составляется так, что в контур включаются только ветви с неизвестными токами, рекомендуется, чтобы ветвь входила в контур только один раз, а в каждый последующий контур должна входить хотя бы одна ветвь с неизвестным током, не вошедшая в предыдущие контуры.

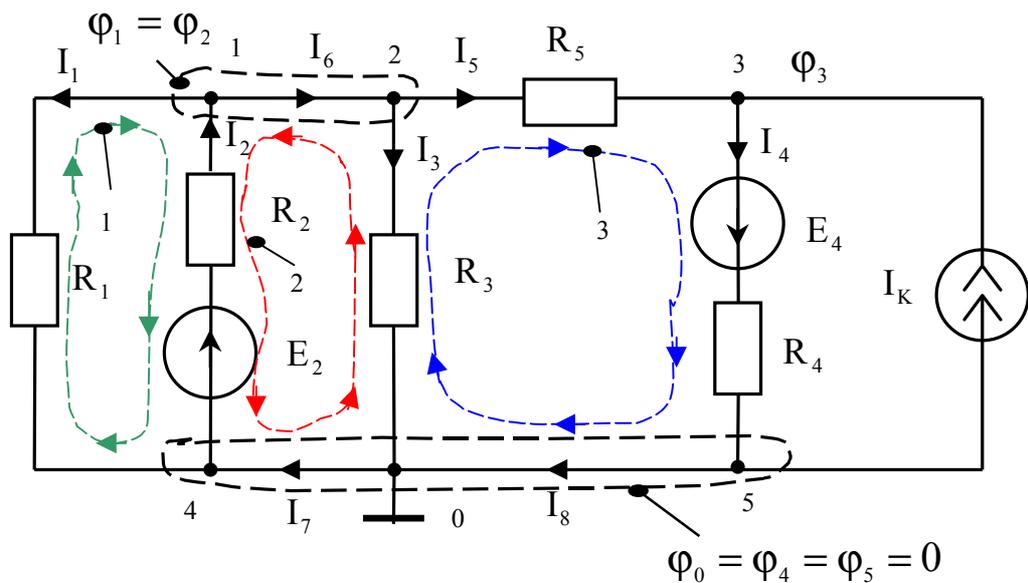


Рис. 4

Для расчетов всех неизвестных токов в схеме составляется система уравнений Кирхгофа. По первому закону Кирхгофа составляется $n_1 = q - 1$ уравнений, где q – число узлов в схеме. По второму закону Кирхгофа - $n_2 = p - q + 1$ уравнений, где p – число ветвей в схеме с неизвестными токами. Значение n_2 соответствует числу независимых контуров схемы.

Так для схемы рис 4 $q = 6$, $p = 5$, $n_1 = 5$ и $n_2 = 3$.

Для схемы рис 4 составлены системы уравнений:

по первому закону Кирхгофа
для узлов 1, - 5;

по второму закону Кирхгофа
для контуров 1, - 3.

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 - I_6 = 0 \\ -I_3 - I_5 + I_6 = 0 \\ -I_4 + I_5 + I_K = 0 \\ I_1 - I_2 + I_7 = 0 \\ I_4 - I_8 - I_K = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -I_1 R_1 - I_2 R_2 = -E_2 \\ -I_3 R_3 - I_2 R_2 = -E_2 \\ -I_3 R_3 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = E_4 \end{cases} \quad (3)$$

Решая систему уравнений (3), можно определить токи $I_1 \dots I_8$.

Закон Ома для ветви с источниками ЭДС

Для получения закона Ома для ветви с источниками ЭДС (рис. 5) воспользуемся вторым законом Кирхгофа, составленным для контура, образованного этой ветвью и напряжением между узлами, к которым она присоединена

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 - U_{12} = E_1 - E_2 \quad (4)$$

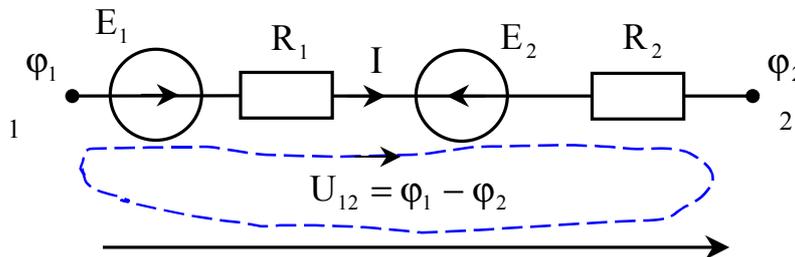


Рис. 5

Преобразуя уравнение (4), получим *закон Ома* для ветви с источниками ЭДС

$$I = \frac{U_{12} + E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_{12} + \sum(\pm E_i)}{\sum R_j} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \sum(\pm E_i)}{\sum R_j}. \quad (5)$$

При определении тока I положительное направление напряжения U_{12} необходимо выбрать по току I , а знак у ЭДС $+E_i$, если ток и ЭДС совпадают по направлению, и $-E_i$, если не совпадают.

Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов позволяет определить токи в ветвях схемы по закону Ома (5), исходя из предварительно найденных потенциалов узлов, причем потенциал одного из узлов задаётся нулевым, а для определения потенциалов остальных узлов составляется система уравнений:

$$\begin{cases} +\varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} - \dots - \varphi_N G_{1N} = I_{11} & ; \\ -\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} - \dots - \varphi_N G_{2N} = I_{22} & ; \\ \dots & \\ -\varphi_1 G_{N1} - \varphi_2 G_{N2} - \dots + \varphi_N G_{NN} = I_{NN} & ; \end{cases} \quad (6)$$

где $G_{11}, G_{22}, \dots, G_{NN}$ - суммы проводимостей всех ветвей, соответственно подходящих к первому, второму и N узлу; $G_{12}, G_{21}, \dots, G_{ij}$ ($i \neq j$) - суммы проводимостей всех ветвей, находящихся между узлами i и j ; $I_{11}, I_{22}, \dots, I_{NN}$ - узловые токи для первого, второго... и N узла.

Узловой ток I_{jj} для j узла определяется соотношением

$$I_{jj} = \sum \frac{\pm E_i}{R_i} + \sum(\pm I_K), \quad (7)$$

где $\sum(\pm E_i/R_i)$ - алгебраическая сумма отношений ЭДС к сопротивлению ветвей, подходящих к j узлу; $\sum(\pm I_K)$ - алгебраическая сумма токов источников тока, подходящих к j узлу.

В (7) знак плюс ставится, если ЭДС или источник тока направлен к узлу j , а минус – от узла.

Система уравнений общего вида (6), составленная для схемы рис. 4, представляется следующей системой уравнений для определения потенциалов φ_2 и φ_3 :

$$\begin{cases} \varphi_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_3 \left(\frac{1}{R_5} \right) = \frac{E_2}{R_2}; \\ -\varphi_2 \left(\frac{1}{R_5} \right) + \varphi_3 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) = -\frac{E_4}{R_4} + I_K, \end{cases} \quad (8)$$

при этом

$$\varphi_0 = \varphi_4 = \varphi_5 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2. \quad (9)$$

Для определения токов составляются соотношения по закону Ома (5):

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_1}; \quad I_2 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_2}{R_2}; \quad I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_0}{R_3};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_5 + E_4}{R_4}; \quad I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_5};$$

$$I_6 = I_2 - I_1; \quad I_7 = -I_1 + I_2 = I_6; \quad I_8 = I_4 - I_K = I_5.$$

Метод и принцип наложения

Для линейных цепей любой ток или напряжение на участке цепи могут быть определены суммой составляющих, рассчитанных отдельно от действия каждого источника или групп источников. Такое свойство линейных цепей называется *принципом суперпозиций или принципом наложения*.

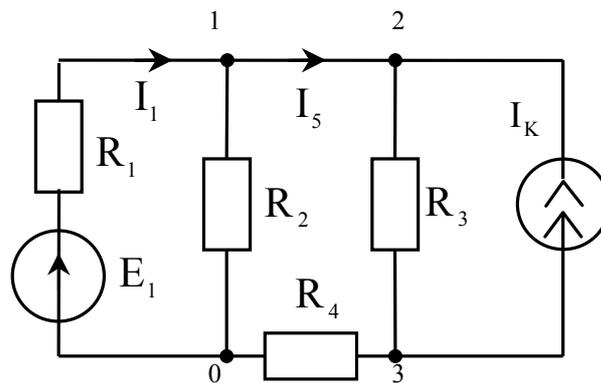


Рис. 6

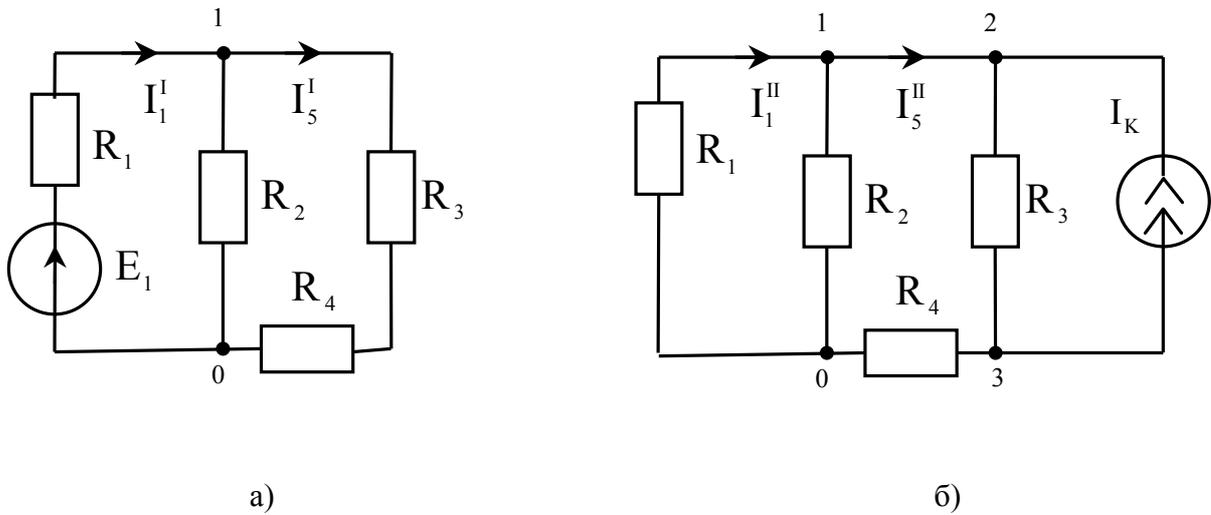


Рис. 7

В качестве примера рассмотрим схему, приведенную на рис. 6. Определим токи I_1 и I_5 , используя принцип наложения,

$$I_1 = I_1^I + I_1^{II} \text{ и } I_5 = I_5^I + I_5^{II},$$

где составляющие I_1^I и I_5^I рассчитываются от действия источника ЭДС – E_1 , а составляющие I_1^{II} и I_5^{II} – от действия источника тока – I_K .

Схема для определения составляющих от действия источника ЭДС представлена на рис. 7,а. При составлении этой схемы ветвь с источником тока разрывается (так как внутреннее сопротивление источника тока равно бесконечности). На рис. 7,б изображена схема для определения составляющих от действия источника тока. При составлении этой схемы ЭДС источника полагается равной нулю, и в ветви остаётся внутреннее сопротивление источника, которое в данном примере равно нулю.

Составляющие токов можно определить по закону Ома:

$$I_1^I = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}};$$

$$I_5^I = I_1^I \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4};$$

$$I_5^{II} = -I_K \frac{R_3}{R_3 + R_4 + R_1 R_2 / (R_1 + R_2)};$$

$$I_1^{II} = I_5^{II} \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Метод эквивалентного генератора

В методе эквивалентного генератора используется теорема об эквивалентном генераторе. В соответствии с этой теоремой любая линейная цепь относительно выбранной ветви может быть представлена эквивалентным источником ЭДС - $E_{ЭГ}$ и эквивалентным сопротивлением - $R_{ЭГ}$.

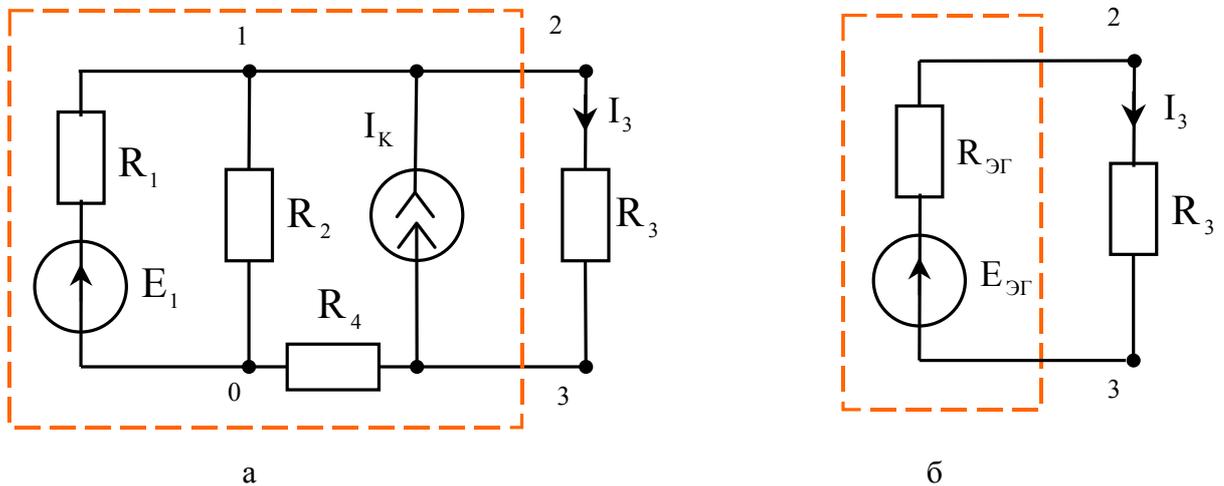


Рис. 8

ЭДС генератора - $E_{ЭГ}$ равна напряжению, возникающему на зажимах выбранной ветви, если её сопротивление положить равным бесконечности (так называемый холостой ход генератора). Сопротивление генератора $R_{ЭГ}$ равно входному сопротивлению схемы $R_{ВХ}$ относительно зажимов выбранной ветви. При расчете входного сопротивления - $R_{ВХ}$, ЭДС и ток источников тока полагаются равными нулю, а в схеме остаются внутренние сопротивления источников (для идеального источника ЭДС - $R_{ВН} = 0$, а источника тока - $R_{ВН} = \infty$).

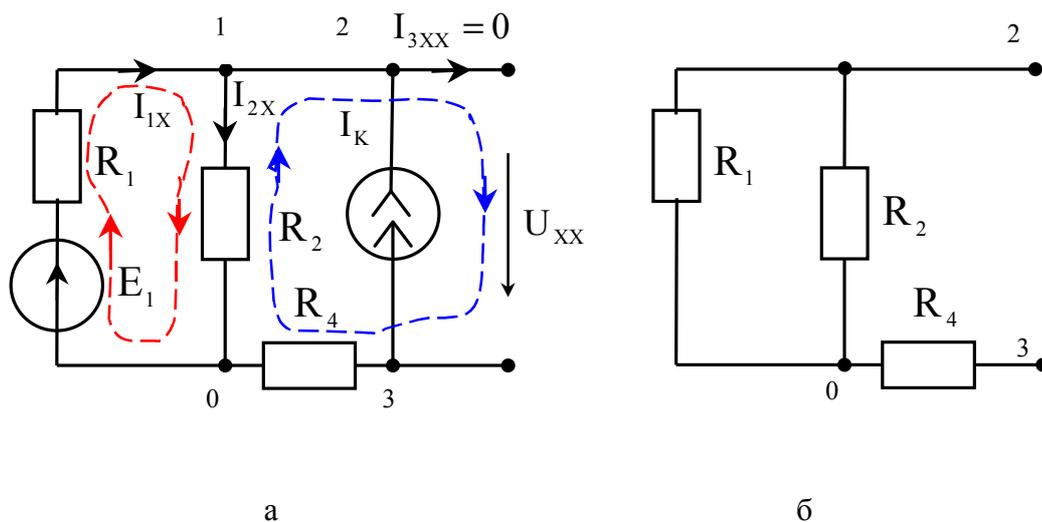


Рис. 9

В качестве примера рассмотрим схему рис 6, где определим ток в сопротивлении R_3 . Для расчета тока выделим ветвь с сопротивлением R_3 (рис. 8,а) и определим параметры эквивалентного генератора $E_{\text{ЭГ}}$ и $R_{\text{ЭГ}}$ (рис. 8,б).

ЭДС эквивалентного генератора можно определить по законам Кирхгофа для схемы рис. 9, а, как $E_{\text{ЭГ}} = U_{\text{XX}}$ Определим напряжение U_{XX}

$$\begin{cases} +I_{1X} - I_{2X} + I_K = 0 \\ +I_{1X}R_1 + I_{2X}R_2 = E_1 \\ -I_{2X}R_2 - I_K R_4 + U_{\text{XX}} = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad U_{\text{XX}} = I_K R_4 + R_2 \frac{E_1 + I_K R_1}{R_1 + R_2}.$$

Сопротивление эквивалентного генератора можно определить как входное сопротивление $R_{\text{ЭГ}} = R_{\text{ВХ}}$ по схеме рис. 1.9, б

$$R_{\text{ВХ}} = R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Окончательно можно определить ток I_3 как

$$I_3 = \frac{E_{\text{ЭГ}}}{R_{\text{ЭГ}} + R_3} = \frac{U_{\text{XX}}}{R_{\text{ВХ}} + R_3}.$$

Предварительный расчет

Для схемы рис. 10 определить токи I_1 , I_2 и I_3 методом наложения и методом эквивалентного генератора. По законам Кирхгофа и рассчитанному значению токов определить значение потенциалов ϕ_1 , ϕ_2 и тока I_{E1} . Результаты расчета занести в табл. 1 и 2.

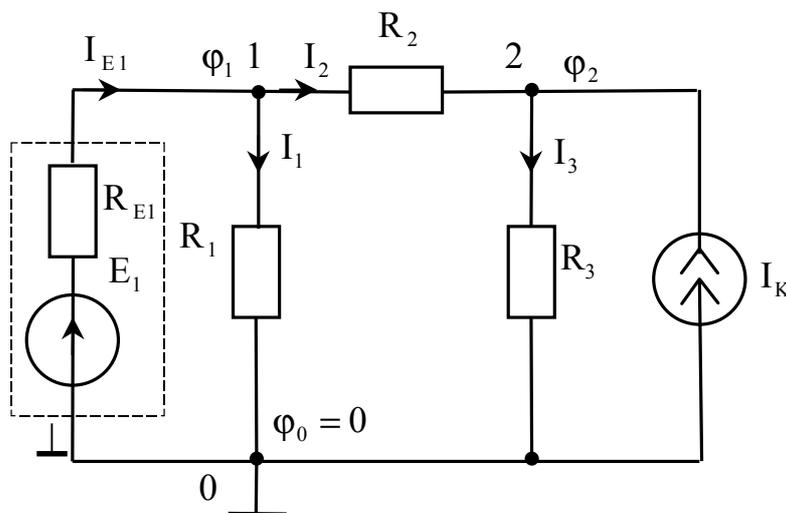


Рис. 10

Таблица 1

Расчет		E_1	I_K	φ_1	φ_2	I_1	I_2	I_3	I_{E1}
		В	мА	В	В	мА	мА	мА	мА
От двух источников	расчет	$E_1 =$	$I_K =$						
	опыт	$E_1 =$	$I_K =$						
От источника ЭДС	расчет	$E_1 =$	$I_K = 0$						
	опыт	$E_1 =$	$I_K = 0$						
От источника Тока	расчет	$E_1 = 0$	$I_K =$						
	опыт	$E_1 = 0$	$I_K =$						

Таблица 2

Для ветви с сопротивлением		$U_{XX} = E_{ЭГ}$	$I_{КЗ}$	$R_{ВХ} = R_{ЭГ}$	$I = E_{ЭГ} / (R_{ЭГ} + R^1)$
		В	мА	Ом	мА
R_1	расчет		-----		
	опыт				
R_2	расчет		-----		
	опыт				
R_3	расчет		-----		
	Опыт				

Примечание: Значения параметров генераторов выбрать произвольно. Значения сопротивлений выбрать из предложенного ряда в стенде СЗ-ЭМ1 (150 Ом, 680 Ом, 820 Ом)

Рекомендуемое задание к работе

1. Определение параметров источников ЭДС и тока

На стенде с объектами исследования СЗ-ЭМ1 собрать схему по рис. 11а. Генератор напряжения соединить со стендом активных элементов (**в генераторе включить его внутренние сопротивление!**). Провести измерения параметров источников по методу двух нагрузок ($R_M = \infty$ и $R_M = 0$). Разомкнуть ветвь, соединяющую магазин сопротивлений $-R_M$ с источником ЭДС ($R_M = \infty$, холостой ход) и регулятором напряжения, установить по вольтметру V напряжение на выходе источника E_1 в диапазоне от 2 до 10 В.

Изменяя сопротивление R_M , установить его значение $R_M = 0$ (режим короткого замыкания) и измерить показание амперметра. Рассчитать значение внутреннего сопротивления R_{E1} . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 3.

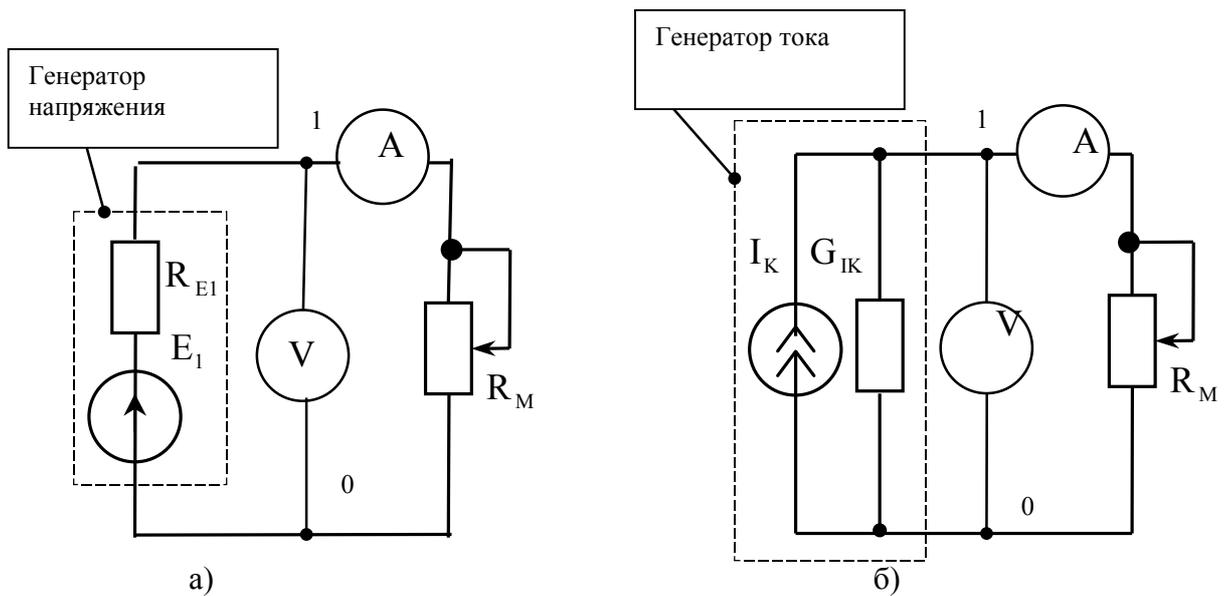


Рис. 11

Таблица 3

источник ЭДС			источник тока		
$U_V = E_1$ $R_M = \infty$	I_A $R_M = 0$	$R_{E1} = \frac{U_V}{I_A}$	$U_V = E_1$ $R_M = \infty$	$I_A = I_K$ $R_M = 0$	$G_{IK} = \frac{I_A}{U_V}$
В	А	Ом	В	А	1/Ом

Собрать цепь с независимым источником тока по рис. 10,б. Генератор тока соединить со стендом активных элементов (*в генераторе включить его внутренние сопротивление!*).

Изменяя сопротивление R_M , установить его значение $R_M=0$ (режим короткого замыкания) и регулятором тока, установить по амперметру фиксированное значение тока источника тока.

Разомкнуть ветвь, соединяющую магазин сопротивлений - R_M с источником тока ($R_M = \infty$, холостой ход) измерить вольтметром - V напряжение на выходе источника.

Рассчитать значения тока источника I_K и внутренней проводимости G_{IK} . Результаты измерений и расчетов занести в табл. 1.

2 Исследование линейной цепи методом наложения

- от двух источников

На стенде с объектами исследования СЗ-ЭМ1 собрать схему по рис. 12. При сборке схемы необходимо использовать клеммы, предназначенные для узлов, в которых соединяются три и более ветвей. Значения резисторов выбрать в соответствии с расчетными значениями. Генераторы напряжения и тока соединить со стендом активных элементов (в генераторах включить их внутренние сопротивления).

Значения напряжения источника ЭДС, тока источника тока и резисторов задаётся в соответствии с расчетными значениями. (напряжение источника ЭДС устанавливается по вольтметру до включения источника в схему, а ток источника тока - после включения его в цепь по показанию амперметра).

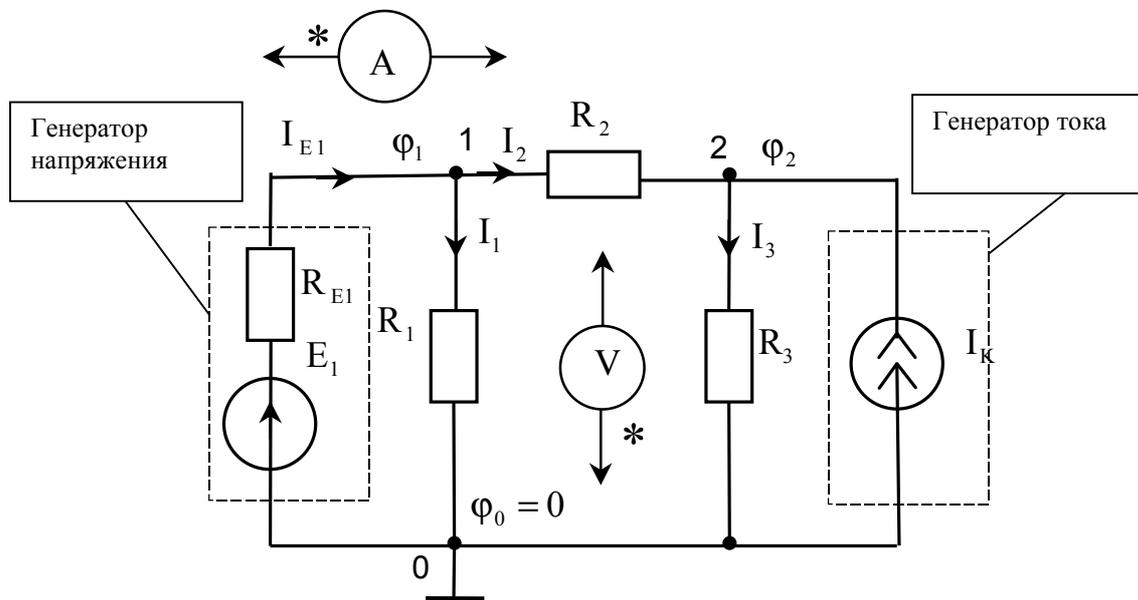


Рис. 1.12

Подключить вольтметр V корпусной точкой к нулевому узлу и измерить потенциалы точек 1 и 2 исследуемой схемы. С помощью амперметра измерить токи в ветвях. Результаты измерений занести в соответствующие места табл. 1.

- от источника ЭДС

Разомкнуть ветвь источника тока и измерить величину потенциалов точек 1 и 2, амперметром измерить токи в ветвях. Результаты измерений занести в соответствующие места табл. 1.

- от источника тока

Восстановить разомкнутую ветвь источника тока в схеме.

Отсоединить источник ЭДС от схемы и подключить его к клеммам переменного резистора $R=150$ Ом равный внутреннему сопротивлению источника. Измерить величину потенциалов точек 1 и 2, амперметром измерить токи в ветвях. Результаты измерений занести в соответствующие места табл. 1.

3 Исследование линейной цепи методом эквивалентного генератора

Восстановить ветвь с источником ЭДС - E_1 рис. 12.

В схеме отключить сопротивление R_1 и вольтметром измерить величину напряжения на разомкнутых зажимах сопротивления U_{xx} (режим холостого хода). Напряжение эквивалентного генератора $U_{xx} = E_{эг}$. Для определения входного сопротивления генератора необходимо вместо сопротивления R_1 включить амперметр и измерить ток короткого замыкания $I_{кз}$. Установить значение сопротивления $R_1 = 68 \text{ Ом}$.

Рассчитать значение входного сопротивления $R_{вх} = U_{xx} / I_{кз}$. Результаты измерений и расчета занести в соответствующие места табл. 2.