



ЭТЗ. РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Требуемое оборудование

- | | |
|---|-------|
| 1. Генератор звуковых частот ЗГ1 | 1 шт. |
| 2. Комбинированный измерителя мощности и фазы ИМФ1 | 1 шт. |
| 3. Стенд с объектами исследования СЗ-ЭМ01 | 1 шт. |

Цель работы

Экспериментально и теоретически исследовать резонансные явления в последовательном колебательном контуре.

Краткое теоретическое введение

Рассмотрим последовательный колебательный контур - участок цепи, состоящей из последовательно соединённых элементов: резистора, индуктивности и ёмкости. На вход цепи (рис. 1) подключен источник гармонического напряжения $u_1(t) = U_m \sin(\omega t)$. В такой цепи наблюдается резонанс напряжений

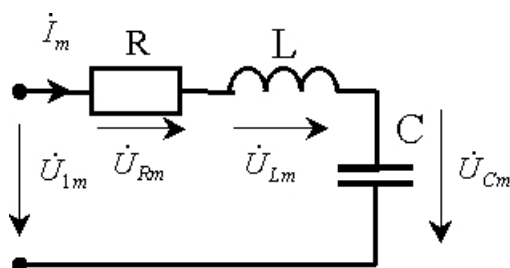


Рис. 1

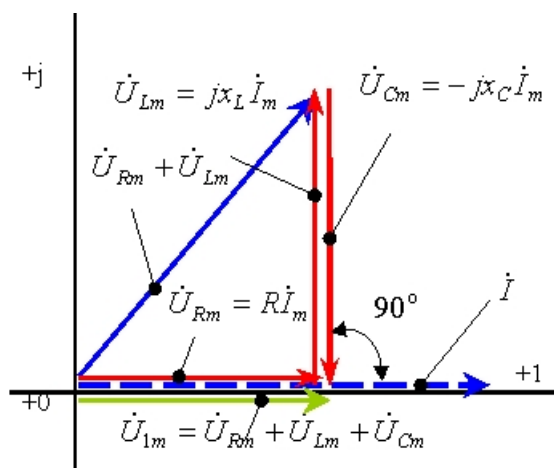


Рис. 2

Запишем второй закон Кирхгофа в комплексной форме для амплитудных значений напряжений

$$\dot{U}_{1m} = R\dot{I}_m + jx_L\dot{I}_m - jx_C\dot{I}_m = \dot{U}_{Rm} + \dot{U}_{Lm} + \dot{U}_{Cm}. \quad (1)$$

Уравнение (1) позволяет определить токи и напряжения на элементах цепи.

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{1m}}{R + jx_L - jx_C} = \frac{\dot{U}_{1m}}{R + j(x_L - x_C)} = \frac{\dot{U}_{1m}}{R + jX} = \frac{\dot{U}_{1m}}{\underline{Z}} = \frac{U_{1m}}{Z} e^{j\psi}, \quad (2)$$

где $x_L = \omega L$; $x_C = 1/\omega C$; X – суммарное реактивное сопротивление ветви; $\underline{Z} = R + jX = Ze^{j\varphi}$ – комплексное сопротивление ветви; Z – модуль; φ – угол сопротивления.

Из выражения (2) можно определить амплитудное значение тока и его фазу

$$I_m(\omega) = U_{1m}/Z(\omega), \quad \psi(\omega) = -\varphi(\omega).$$

Условием резонанса напряжений является равенство реактивных сопротивлений $x_L = x_C$ или $\omega L = 1/\omega C$ и $X=0$. При этом условии может быть определена резонансная частота

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (3)$$

На рис. 2 показана векторная диаграмма напряжений для контура в режиме резонанса. В этом режиме входной ток достигает максимального значения и его амплитудное значение равно $I_{0m} = U_{1m}/R$. Если R является активным сопротивлением проводов катушки, то мощность $P = \frac{I_m^2 R}{2}$ учитывает активные потери мощности в ней. Потери мощности в конденсаторе для низких и средних частот составляют малую величину и в его схеме замещения не учитываются. Амплитудные значения напряжений на реактивных элементах L и C в режиме резонанса могут значительно превышать входное напряжение

$$U_{Lm}(\omega_0) = U_{Cm}(\omega_0) = I_{0m}x_L = I_{0m}x_C = U_{1m} \frac{x_L}{R} = U_{1m} \frac{x_C}{R} = U_{1m} \frac{\rho}{R}, \quad (4)$$

где ρ – *характеристическое сопротивление* последовательного колебательного контура

$$\rho = \omega_0 L = 1/\omega_0 C = \sqrt{L/C}. \quad (5)$$

Отношение $Q = \rho/R$ – называется *добротностью* контура. Для контуров, применяемых в радиоэлектронике, величина Q достигает десятков и сотен единиц.

При анализе частотных свойств контура используют частотные характеристики входного сопротивления – $\underline{Z}_{BX}(j\omega)$ и входного тока – $\dot{I}_m(j\omega)$, а также комплексные передаточные функции для напряжения на индуктивности

$$\underline{K}_L(j\omega) = \dot{U}_{Lm}(j\omega)/\dot{U}_{1m}(j\omega),$$

и напряжения на ёмкости

$$\underline{K}_C(j\omega) = \dot{U}_{Cm}(j\omega)/\dot{U}_{1m}(j\omega).$$

Из (2) получаем частотные характеристики для последовательного колебательного контура.

Зависимости модуля и угла комплексного входного сопротивления от частоты

$$Z_{BX}(\omega) = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad \text{и} \quad \varphi_Z(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right). \quad (6)$$

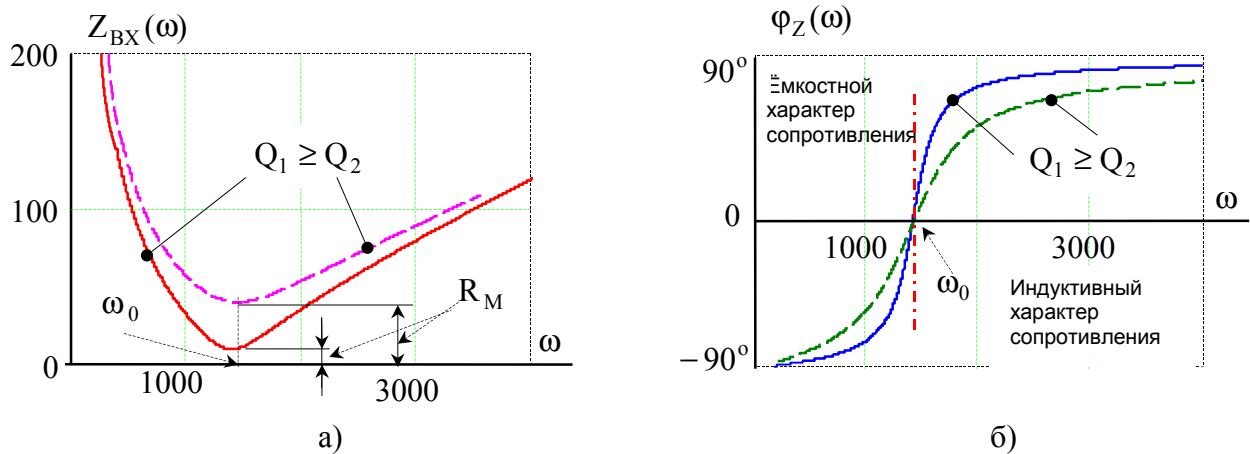


Рис. 3

На рис. 3.3 представлены частотные характеристики модуля и угла входного сопротивления контура, рассчитанные по формулам (3.6) для различных значений добротности - Q . На графиках видно, что входное сопротивление достигает минимального значения при резонансной частоте $Z_{BX} = Z_{\min} = R$ и максимальное значение при частотах $\omega_0 \rightarrow 0$ и $\omega_0 \rightarrow \infty$. Характер входного сопротивления в диапазоне частот $0 \leq \omega \leq \omega_0$ является емкостным, а в диапазоне $\omega_0 \leq \omega \leq \infty$ - индуктивным.

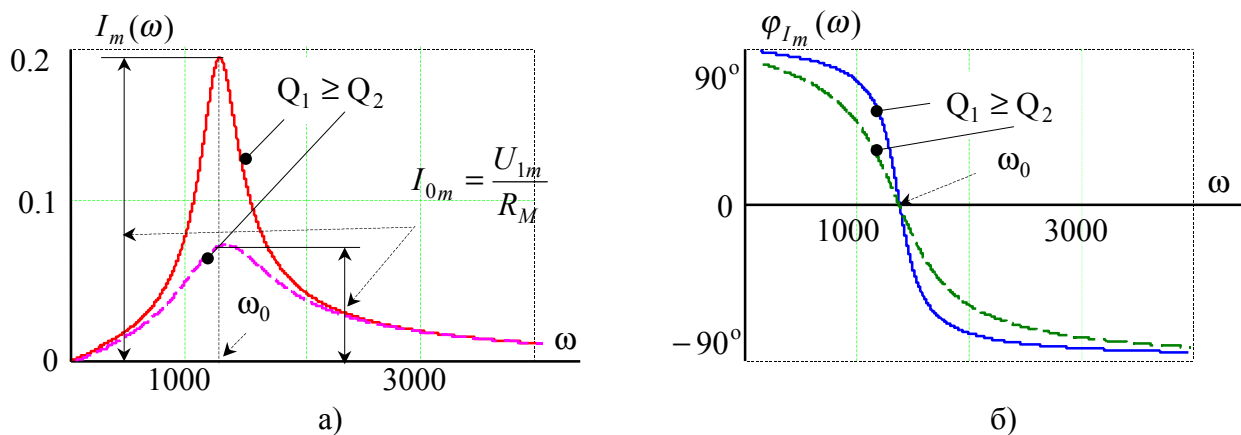


Рис. 4

Зависимости амплитудного значения входного тока и его фазы от частоты

$$I_m(\omega) = \frac{U_{1m}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad \text{и} \quad \varphi_I(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right). \quad (3.7)$$

На рис. 3.4 показаны зависимости амплитудного значения входного тока и его фазы от частоты, рассчитанные по формулам (3.7) для различных значений добротности - Q . Как видно из графиков, ток достигает своего максимального значения при резонансной частоте и нулевого значения при частоте, равной нулю и бесконечности.

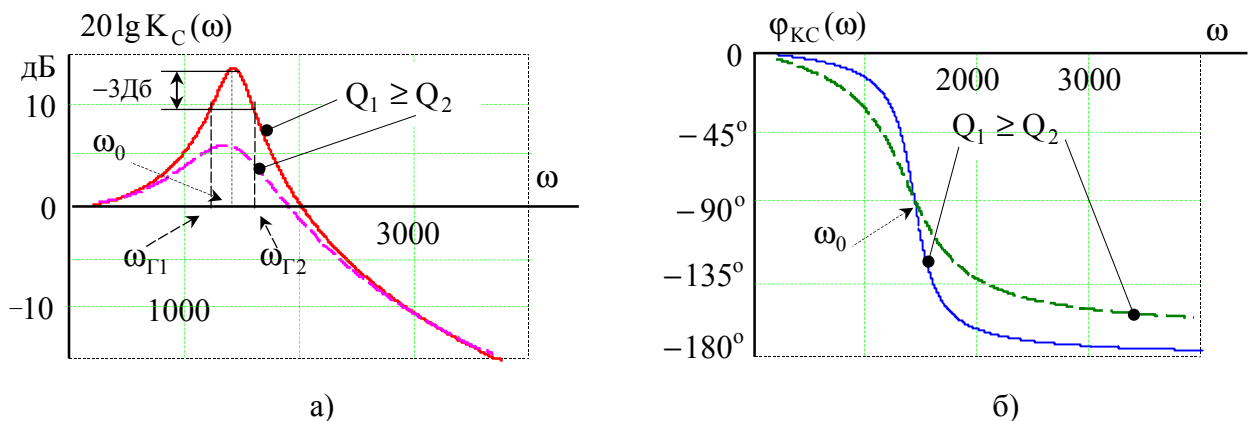


Рис. 5

АЧХ и ФЧХ для напряжения на ёмкости

$$K_C(\omega) = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad \text{и} \quad \varphi_{KC}(\omega) = -90^\circ - \arctg\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right). \quad (8)$$

На рис. 5 показаны ЛАЧХ - $20\lg K_C(\omega)$ и ФЧХ - $\varphi_{KC}(\omega)$. В качестве выходного напряжения задано напряжение на емкости. Характеристики построены по формулам (8). Выходное напряжение и, следовательно, ЛАЧХ достигают своего максимального значения при резонансе. Максимумы характеристики $K_C(\omega_0)$ при резонансной частоте не совпадают и тем больше, чем ниже добротность Q (рис. 5,а).

Характеристики (6) – (8) удобно строить в зависимости от относительной частоты $\omega_{OT} = \omega/\omega_0 = f/f_0$. В (6) – (8) учитывая характеристическое сопротивление - ρ и добротность – Q , а также

$$\omega L - 1/\omega C = \sqrt{\frac{L}{C}}(\omega_{OT} - 1/\omega_{OT}) = \rho(\omega_{OT} - 1/\omega_{OT}),$$

получим

$$Z_{BX}(\omega) = R\sqrt{1+Q^2(\omega_{OT}-1/\omega_{OT})^2} \quad \text{и} \quad \varphi_Z(\omega) = \arctg Q(\omega_{OT}-1/\omega_{OT}); \quad (9)$$

$$I_m(\omega) = \frac{U_{1m}}{R\sqrt{1+Q^2(\omega_{OT}-1/\omega_{OT})^2}} \quad \text{и} \quad \varphi_I(\omega) = -\arctg Q(\omega_{OT}-1/\omega_{OT}); \quad (10)$$

$$K_C(\omega) = \frac{Q}{\omega_{OT}\sqrt{1+Q^2(\omega_{OT}-1/\omega_{OT})^2}} \quad \text{и} \quad \varphi_{KC}(\omega) = -90^\circ - \arctg(\omega_{OT}-1/\omega_{OT}). \quad (11)$$

Величину $\xi = Q(\omega_{OT} - 1/\omega_{OT})$ называют *обобщённой расстройкой*. Для резонансного режима величина $\xi = 0$. Частотные характеристики чаще строят в функции частоты ω_{OT} или - ω , реже от расстройки - ξ .

С целью оценки уровня искажения сигналов для колебательного контура используют понятие полосы пропускания (П). *Полосой пропускания* контура называют диапазон частот, в котором АЧХ уменьшается не более, чем в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с ее значением при резонансной частоте, что соответствует на ЛАЧХ уменьшению характеристики на -3 дБ (рис. 5,а). Полоса пропускания контура $\Pi = \omega_{\Gamma 2} - \omega_{\Gamma 1}$, где $\omega_{\Gamma 1}$ и $\omega_{\Gamma 2}$ - граничные частоты полосы пропускания.

Предварительный расчет

Для предварительного расчета электрической схемы рис. используйте следующие элементы стенда СЗ-ЭМ1:

- В качестве конденсатора С выберите один из следующих: С1(0,022 мкФ), С2(0,033 мкФ) или С3(0,047 мкФ);
- В качестве индуктивности L_K выберите L ($L_K = 10$ мГн $R_K = 12$ Ом);
- В качестве сопротивления контура R выберите один из следующих: R1(68 Ом) или R2(150 Ом)

Для полученной схемы проведите предварительный расчет комплексы амплитудных значений тока \dot{I}_m , напряжений \dot{U}_{Rm} , \dot{U}_{Lm} и \dot{U}_{Cm} , комплекс входного сопротивления \underline{Z}_{BX} , комплексную передаточную функцию - $\underline{K}_C(j\omega) = \dot{U}_{Cm}(j\omega)/U_{1m}$, значение ЛАЧХ - $20\lg K_C(\omega)$ и ФЧХ - $\varphi_{KC}(\omega)$, результаты которых занесите в таблицы 1 и 2. Для всех расчетов принять: $U_{1m} = 2$ В и $f = (1000, f_0 \text{ и } 15000)$ Гц. Для рассчитанных режимов построить векторные диаграммы токов и напряжений.

Таблица 1

f (Гц)		1000	f_0	15000
ω (рад/с)				
$\dot{U}_{Rm}(j\omega)$	расчет			-
	опыт			
$\dot{U}_{Lm}(j\omega)$	расчет			-
	опыт			
$\dot{U}_{Cm}(j\omega)$	расчет			-
	опыт			
$\dot{I}_m(j\omega)$	расчет			-
	опыт			
$Z_{BX}(j\omega)$	расчет			-
	опыт			
$\underline{K}_c(j\omega) = \dot{U}_c(j\omega)/U_1$	расчет			-
	опыт			
$20 \lg K_c(\omega)$	расчет			-
	опыт			
$\Phi_{KC}(\omega)$	расчет			-
	опыт			

Таблица 2

	f_0	ω_0	Q	ρ	$f_{Г1}$	$f_{Г2}$
	Гц	рад/с	-	Ом	Гц	Гц
Расчет						
Опыт						

Методика проведения экспериментов

Для измерения комплекса амплитудного значения тока \dot{I}_m и комплексного входного сопротивления - $\underline{Z} = \frac{\dot{U}_{1m}}{\dot{I}_m}$ необходимо воспользоваться комбинированным прибором измерителя мощности и фазы (ИМФ1). Он позволяет проводить измерения амплитудных значений синусоидального тока и падения напряжения на участке исследуемой цепи, а также разности фаз между током и напряжением. Измерительная схема представлена на рис. 6.

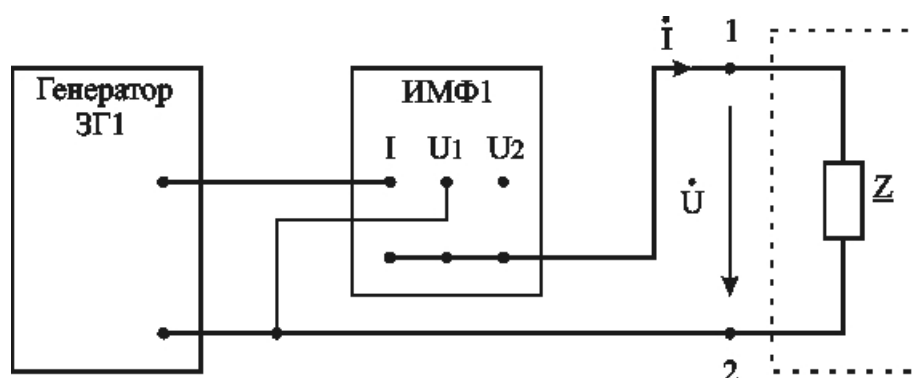


Рис. 6

Для определения комплекса амплитудного значения напряжения на элементе $\underline{Z2}$ (\dot{U}_{Rm} , \dot{U}_{Lm} и \dot{U}_{Cm}), комплексной передаточной функции по напряжению необходимо воспользоваться комбинированным прибором измерителя мощности и фазы (ИМФ1). Он позволяет проводить измерения амплитудных значений падений напряжения на участках исследуемой цепи, а также разности фаз между ними. Измерительная схема представлена на рис. 7

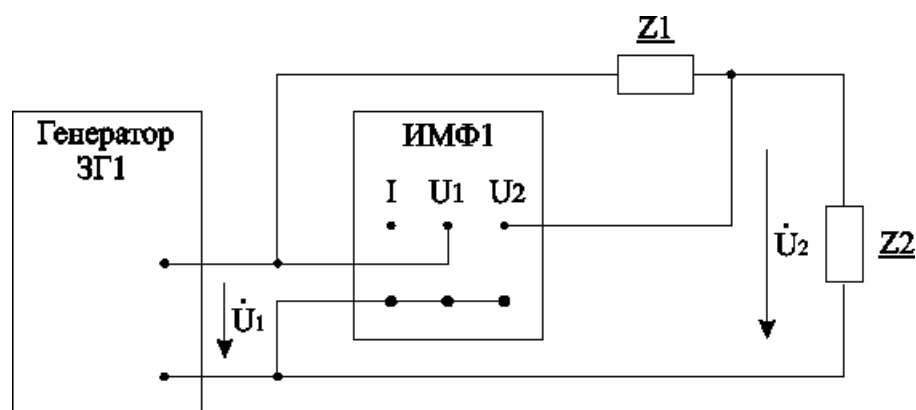


Рис. 7

Рекомендуемое задание к работе

1. Собрать схему по рис 6. В качестве исследуемой цепи, входным сопротивлением \underline{Z} соберите схему рис. 1. Для этой схемы номиналы элементов R_M , L и C должны соответствовать значениям, выбранных при расчетах. Установить амплитуду напряжения генератора $U_1 = 2В$. Определить резонансную частоту f_0 . Для этого плавно изменяя частоту генератора f от 1000 до 15000 Гц необходимо получить разность фаз входного напряжения и тока - φ (показание ИМФ1 в режиме измерения фазы между напряжением и током), равную нулю. При этом ток в цепи достигает максимальной величины (показание ИМФ1 в режиме измерения тока). Задавая частоту генератора $f = 1000, f_0, 15000$ Гц, измерить с помощью ИМФ1 измерения комплекса амплитудного значения тока \dot{I}_m и комплексного входного сопротивления \underline{Z} . Результаты измерений занести в табл. 1 и 2.

2. В схеме рис. 7 последовательно включая в качестве элемента $\underline{Z2}$ резистор R_M и индуктивность L и задавая частоту генератора $f = 1000, f_0, 15000$ Гц, измерить с помощью прибора ИМФ1 комплексы действующих значений напряжения на резисторе $\dot{U}_{Rm} = U_{U2} e^{j\varphi}$ и катушке индуктивности $\dot{U}_{Lm} = U_{U2} e^{j\varphi}$. Результаты измерений занести в табл. 1.

3. В схеме рис. 3.7 поменять местами катушку L и конденсатор C . Задавая частоту генератора $f = 1000, f_0, 15000$ Гц, измерить с помощью прибора ИМФ1 комплексы действующих значений напряжения на конденсаторе $\dot{U}_{Cm} = U_{U2} e^{j\varphi}$. Результаты измерений занести в табл. 1. Плавно изменяя частоту входного сигнала, определить нижнюю - $f_{Г1}$ и верхнюю - $f_{Г2}$ граничные частоты полосы пропускания. Частоты определяются по уровню напряжения на конденсаторе $U_{Cm}(f_{Г1}) = U_{Cm}(f_{Г2}) = U_{Cm}(f_0)/\sqrt{2}$. Результаты измерений занести в табл. 2.

4. По данным эксперимента (табл. 1) для схемы рис 1 рассчитать и построить графики входных частотных характеристик модуля и угла входного сопротивления $Z_{BX}(\omega)$ и $\psi_{BX}(\omega)$, АЧХ - $K_C(\omega)$ и ЛАЧХ - $20 \lg K_C(\omega)$ и ФЧХ - $\varphi_K(\omega)$ в тех же осях, что и теоретические расчеты подготовки к работе. По экспериментальным данным определить добротность контура - Q , характеристическое сопротивление - ρ и граничные частоты полосы пропускания контура - $f_{Г1}$ и $f_{Г2}$. Отметить на графиках граничные частоты и полосу пропускания. Результаты расчетов занести в табл. 1 и 2.

5. По данным эксперимента, снятым для частот $f = 1000, f_0$ и 15000 Гц (табл. 1, схема рис 1), построить векторные диаграммы токов и напряжений.

6. Сравните полученные результаты с теоретическим расчетом.